

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Ante Brizić

Komplementarni LC ljestvičasti filtri

Voditelj: izv. prof. dr. sc. Dubravko Babić

Zagreb, 2018

Sadržaj

1	Uvod i motivacija	1
2	Osnovna ideja komplementarnog filtra	2
3	Matematički model za opći red	4
3.1	Definicija glavnih uvjeta mreže	4
3.2	Primjer sinteze	6
4	Pozitivno realne funkcije	8
5	Matematički modeli za konkretne LC ljestvičaste realizacije	9
5.1	Realizacija pomoću niskopropusnog drugog reda	9
5.2	Realizacija pomoću niskopropusnog trećeg reda	10
5.3	Realizacija pomoću niskopropusnog četvrtog reda	11
5.3.1	Alternativna niskopropusna mreža 2. reda	13
6	Primjena matematičkih modela na poznate tipove filtara i analiza njihovih komplementarnih parova	14
6.1	Komplementarni admitancijski dipleksni filtri Butterworthove karakteristike . . .	14
6.1.1	Butterworthov komplementarni admitancijski dipleksni filter 2. reda . . .	14
6.1.2	Butterworthov komplementarni admitancijski dipleksni filter 3. reda . . .	16
6.2	Komplementarni admitancijski dipleksni filtri Besselove karakteristike	17
6.2.1	Besselov komplementarni admitancijski dipleksni filter 2. reda	17
6.2.2	Besselov komplementarni admitancijski dipleksni filter 3. reda	19
6.2.3	Besselov komplementarni admitancijski dipleksni filter 4. reda	22
6.3	Chebyshev II	24
7	Zaključak	25

Popis slika

2.1	Admitancijski komplementarni filter u dipleksnoj izvedbi	2
2.2	Impedancijsko komplementarni filter u kaskadnoj izvedbi	3
3.1	Općenita shema sklopa	4
3.2	Sintezirani primjer	7
3.3	Sintezirani primjer s međuintuktivitom	7
4.1	Primjer razvoja pozitivno realne funkcije	8
5.1	Niskopropusna mreža 2. reda	9
5.2	Niskopropusna mreža 3. reda	10
5.3	Niskopropusna mreža 4. reda	11
5.4	Alternativna niskopropusna mreža 2. reda	13
6.1	Butterworthov dipleksni filter 2. reda	15
6.2	Butterworthov dipleksni filter 3. reda	16
6.3	Besselov dipleksni filter 2. reda	18
6.4	Amplitudna i fazna karakteristika Besselovog dipeksera 2. reda	19
6.5	Besselov dipleksni filter 3. reda	20
6.6	Amplitudna i fazna karakteristika Besselovog dipeksera 3. reda	21
6.7	Inverz Chebyshev 7. reda	24

Popis tablica

5.1	Koeficijenti niskopropusnog filtra četvrtog reda	12
5.2	Koeficijenti impedancije filtra četvrtog reda	12
5.3	Koeficijenti komplementarne impedancije filtra četvrtog reda	12

1. Uvod i motivacija

U mikrovalnoj tehnologiji električni filtri najčešće se izvađaju u ljestvičastoj topologiji s 3 pasivna elementa: otpornikom, kondenzatorom i zavojnicom. Različitim rasporedom elemenata i njihovih vrijednosti ostvarive su razne filtarske strukture i karakteristike.

Glavna motivacija ovog rada je razviti model za niskopropusni ljestvičasti filtar kojem je komplementarni par ljestvičasti visokopropusni filtar bez gubitaka, pri čemu je ulazna impedancija kompletnog sklopa (koji je izveden kao diplexer) karakteristične impedancije $Z_0 = 50 \Omega$. Razlog zbog kojega se ide na konfiguraciju niskopropusnog i visokopropusnog filtra je ta što polarni RF odašiljači generiraju amplitudno i fazno modulirane pravokutne signale. Ti signali trebaju biti filtrirani kako bi se uklonili viši harmonici i njihove refleksije, a u praksi je to izvedeno koristeći niskopropusne filtre, međutim standardni niskopropusni filtri su bez gubitaka pa reflektiraju više harmonike koji onda imaju izravan utjecaj na izlaz polarnih RF odašiljača i time zapravo kvare izlazni signal generiran na polarnim RF odašiljačima.

Ideja ovog rada je upravo modelirati dipleksni filtar za razne filtarske karakteristike koji će te više harmonike disipirati kroz visokopropusni filtar, dok će niskopropusni filtar očuvati osnovni harmonik signala, a pritom će RF odašiljač na svom izlazu vidjeti konstanti otpor Z_0 .

2. Osnovna ideja komplementarnog filtra

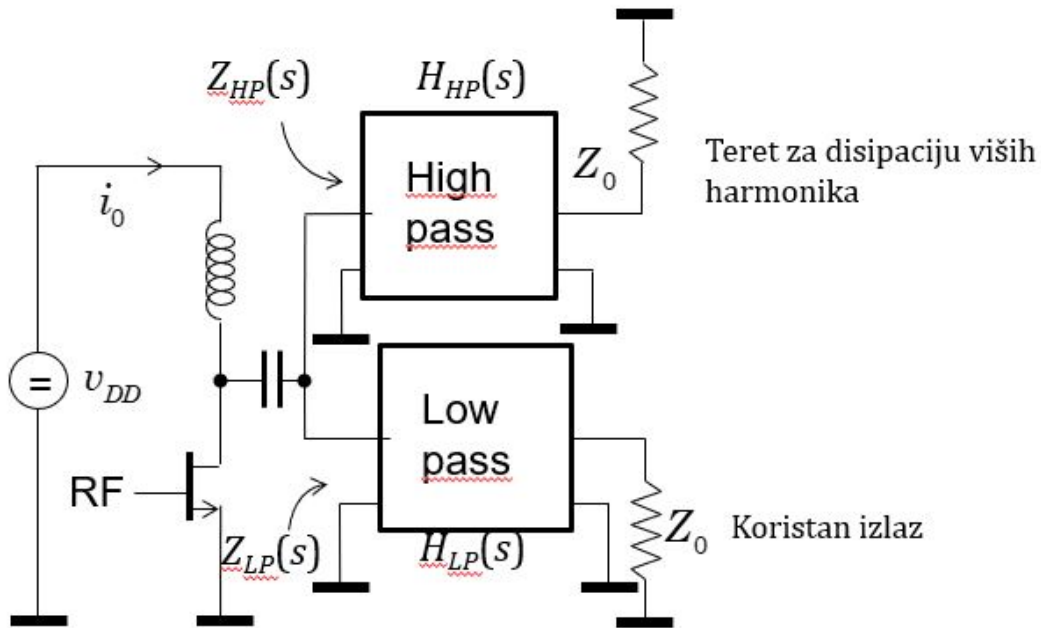
Komplementarni filtar je sklop koji je sastavljen od para filtara, pri čemu je jedan filtar komplement drugoga, ovisno o impedanciji ili admitanciji, pri čemu zbroj impedancija ili admitancija osnovnog i njemu komplementarnog filtra daje točno Z_0 odnosno Y_0 . Glavni razlog korištenja komplementarnog filtra je u tome što sklop na koji stavljamo komplementarni filtar ne vidi refleksiju koja nastaje uslijed viših harmonika, naime $s_{11} = 0$. Moguće je izvesti dvije topologije komplementarnih filtara. Jedna poprima izgled dipleksera, koja je i obrađena u ovom radu, dok je druga konfiguracija oblika kaskade dva filtra.

Pretpostavka je da će za zadani prototipni niskopropusni filtar njegov komplementarni par biti funkcija koja predstavlja visokopropusni filtar.

Za admitancijski komplementarni filtar u dipleksnoj izvedbi vrijedi

$$\frac{1}{Z_{np}} + \frac{1}{\overline{Z_{np}}} = \frac{1}{Z_0} = Y_{np} + \overline{Y_{np}} = Y_0 \quad (2.1)$$

Gdje su Z_{np} i $\overline{Z_{np}}$ impedancije niskopropusnog i njemu komplementarnog admitancijskog filtra.

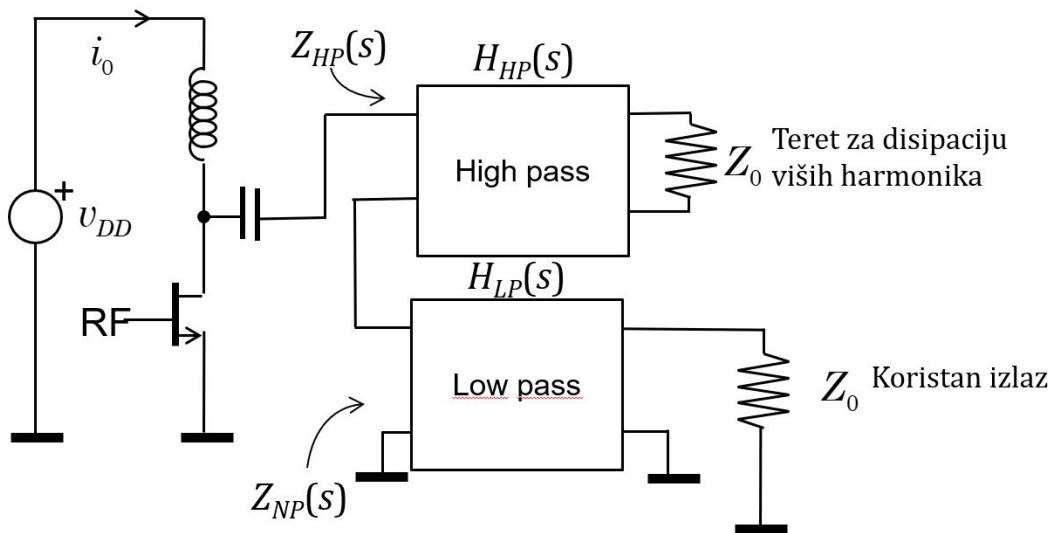


Slika 2.1: Admitancijski komplementarni filtar u dipleksnoj izvedbi

Za impedancijski komplementarni filter u kaskadnoj izvedbi vrijedi

$$Z_{np} + \overline{Z_{np}} = Z_0 = \frac{1}{Y_{np}} + \frac{1}{\overline{Y_{np}}} = \frac{1}{Y_0} \quad (2.2)$$

Gdje su Z_{np} i $\overline{Z_{np}}$ impedancije niskopropusnog i njemu komplementarnog admitancijskog filtra.



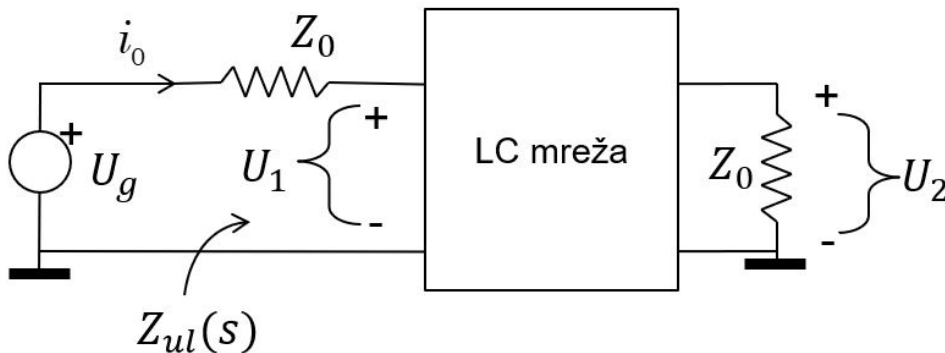
Slika 2.2: Impedancijsko komplementarni filter u kaskadnoj izvedbi

3. Matematički model za opći red

U ovom poglavlju opisati će se glavna ideja i uvjeti realizacije komplementarnog filtra ili neke opće mreže za zadanu prototipnu impedancijsku funkciju, primjerice niskopropusni filtar kojem je potrebno naći komplementarnu impedanciju ili admitanciju te sintetizirati dobivenu komplementarnu mrežu. Opisan je opći algoritam sinteze impedancijske funkcije te je on pokazan na jednom jednostavnom primjeru.

3.1 Definicija glavnih uvjeta mreže

Neka je proizvoljna filtarska karakteristika u potpunosti opisana u Laplaceovoj domeni kao $H(s)$ koji je općenito definiran kao kvocijent dva proizvoljna polinoma. Promotrimo iduću električnu mrežu:



Slika 3.1: Općenita shema sklopa

Pretpostavka je da je Z_0 idealan, čisto realan teret dok je LC mreža ljestvičasti filtar bez gubitaka. Iz dane električne mreže moguće je napisati izraz za prijenosnu funkciju $H(s)$ koja u ovom slučaju poprima oblik:

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} \quad (3.1)$$

Općenita je pretpostavka su unutarnji otpor Z_0 generatora U_g i zaključni otpor mreže tj. trošilo Z_0 upravo jednaki karakterističnoj impedanciji sustava Z_0 . Ulazna impedancija sklopa definirana s Z_{ul} je također polinomski izraz opisan kao kvocijent dva polinoma. Konkrentno :

$$Z_{ul}(s) = Z_0 \frac{P(s)}{Q(s)} [\Omega] \quad (3.2)$$

gdje su $P(s)$ i $Q(s)$ striktno pozitivne realne funkcije da bi mreža mogla biti praktično realizibilna.

Komplementarnu mrežu izvorne mreže možemo naći jednačbom s admitancijama (koriste se admitancije zbog konfiguracije komplementarnog dipleksera):

$$Y_{ul} + \overline{Y_{ul}} = Y_0 [S] \quad (3.3)$$

Iz dane jednačbe vidljivo je da izvor U_0 vidi sa svojih stezaljki uvijek realnu impedanciju i to upravo iznosa Z_0 iz čega proizlazi da je koeficijent refleksije $\Gamma = 0$ odnosno da je iz ove konfiguracije moguće dobiti bezreflekcionu mrežu. Lako je pokazljivo da komplementarnu impedanciju možemo naći iz izraza:

$$\frac{1}{\overline{Y_{ul}}} = \overline{Z_{ul}} = Z_0 \frac{Z_{ul}}{Z_{ul} - Z_0} [S] \quad (3.4)$$

$$\overline{Z_{ul}} = Z_0 \frac{P(s)}{P(s) - Z_0 Q(s)} [\Omega] \quad (3.5)$$

Izrazi (4.6) predstavlja vrlo bitnu informaciju za realizaciju komplementarnog filtra, jer odmah možemo vidjeti postoji li za zadanu niskopropusnu mrežu njen izvediv komplementarni visokopropusni par. Odnosno, ako su $P(s)$ i $Q(s)$ pozitivno realne funkcije tada je bitno samo provjeriti njihovu razliku da bi donijeli konačnu odluku o realizibilnosti komplementarnog filtra. Ako su svi koeficijenti polinoma $P(s) - Z_0 Q(s)$ **veći ili jednaki nuli** tada je dana mreža izvediva pomoću pasivnih elemenata (otpornici, zavojnice, kondenzatori i transformatori).

Prvi način izvedbe je čisto razvoj funkcije u verižne razlomke (*eng. continous fractions*) i ova metoda se pokazuje dobrom i efikasnom za realizaciju primjerice Butterworthovog filtra, odnosno za svaku $F(s)$ koja svojim razvojem u verižne razlomke nema negativnih koeficijenata. Druga metoda, takozvani *Brune cycle* je znatno kompliciranije metoda i zahtjeva malo više računanja [1] [2] [3].

Koraci razvoja su:

- Odrediti $Z(j\omega)$ i za $Re[Z(j\omega)]$ naći minimalnu frekvenciju ω_0
- Ako je $\omega_0 = 0$ ili $\omega_0 = \infty$ maknuti ta dva pola s Fosterovim ili Caurovim metodama (treba naći reziduum u određenoj točki i oduzeti ga od početne funkcije te nastaviti postupak potrage novog ω_0)
- Naći iznos $Re[Z(j\omega_0)]$ i oduzeti ga od $Z(j\omega)$ (tj. $Z_1(s) = Z(s) - Re[Z(j\omega_0)]$)
- Ukoliko je $Re[Z_1(j\omega_0)] = 0$, tada $Z_1(s) = j^*X$
- Ako je $X < 0$ oduzeti dani induktivitet i nastaviti u razvoju s micanjem nula na $j\omega$ osi u konačnici dobivamo T mrežu

- Ako je $X > 0$ tada odabirom induktiviteta ne dobivamo više pozitivno realnu funkciju pa moramo prijeći na admitancije
- Prelaskom na admitancije sinteza nam daje pi mrežu (kapacitet, LC rezonantni, kapacitet)
- Danu pi mrežu moguće je preobraziti u mrežu s induktivitetima, negativne induktivitete i induktivitet prema masi zamijeniti ekvivalentnim međuinduktivitetom te ponoviti korake s preostalom funkcijom

3.2 Primjer sinteze

Prethodne korake najjednostavnije je pokazati na primjeru iz [3]. Razmotrimo impedancijsku funkciju:

$$Z(s) = \frac{3s^2 + 3s + 6}{2s^2 + s + 2} \quad (3.6)$$

Zamjenom $s = j\omega$ te pronalaskom $\frac{d}{d\omega} \text{Re}[Z(j\omega)] = 0$, slijedi da je minimum za $\omega_0 = \sqrt{2}$, $R_{min} = 1$. Ukoliko se dogodi da funkcija ima više polova kao minimume koji su različiti od 0 ili ∞ tada je potrebno odrediti najmanji iznos $Z(j\omega_0) = R_{min}$ te nastaviti postupak. Oduzimanjem $Z(s) - R_{min}$ dobivamo $Z_1(s)$ (ovo se zove minimalno otporna funkcija i standardni je korak sinteze)

$$Z_1(s) = Z(s) - R_{min} = \frac{s^2 + 2s + 4}{2s^2 + s + 2} \quad (3.7)$$

Supstitucijom $s = j\omega$ možemo vidjeti da je $\text{Re}[Z_1(j\omega)] = 0$, tada je $Z_1(j\omega) = jX$. U primjeru vidimo:

$$Z_1(j\omega_0) = -j\sqrt{2} = jX = j\omega_0 L_1 \quad (3.8)$$

Iz čega slijedi $L_1 = -1$. Vidimo da je induktivitet negativnog iznosa, no svejedno nastavljamo (pokazati će se da će krajnji rezultat ponovo postati PRF). Mičemo L_1 iz Z_1 da bi dobili Z_2 . Slijedi :

$$Z_2(s) = Z_1(s) - sL_1 = \frac{2s^3 + 2s^2 + 4s + 4}{2s^2 + s + 2} = \frac{(s^2 + 2)(2s + 2)}{(2s^2 + s + 2)} \quad (3.9)$$

Vidimo da dana admitancijska funkcija ima polove u $\pm j\omega_0$. Trebamo invertirati Z_2 i maknuti te polove, a to se obavlja serijom induktiviteta L_2 i kapaciteta C . Iznose induktiviteta L_2 i kapaciteta C možemo dobiti pronalaskom reziduuma u w_0 .

$$L_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{d}{ds} (Z_2 - L_1 s) \right] = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} Z_2(j\omega_0) - \frac{L_1}{2}, \quad C_2 = \frac{1}{\omega_1^2 L_2} \quad (3.10)$$

Ovdje dobivamo $L_2 = 2$ H iz čega slijedi da je $C_2 = 1/4$ F.

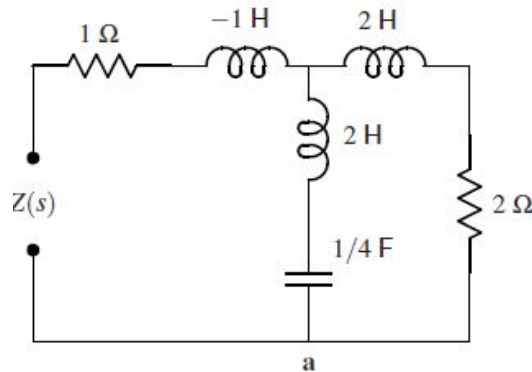
Admitancija poprima izgled:

$$Y_3(s) = \frac{1}{Z_2(s)} - \frac{\frac{s}{L_2}}{s^2 + \frac{1}{L_2 C}} = \frac{1}{Z_2(s)} - \frac{s/2}{s^2 + 2} = \frac{1}{2s + 2} \quad (3.11)$$

Promotrimo li ostatak prijenosne funkcije Y_3 , odnosno Z_3 dobivamo seriju induktiviteta iznosa 2H i otpora 2Ω . Ukoliko se dogodi da iz Y_3 odnosno Z_3 ne možemo jednostavno vidjeti ostatak mreže tada je induktivitet L_3 točno određen formulom s preostale dvije zavojnice tj. zbog micanja pola u ∞ slijedi:

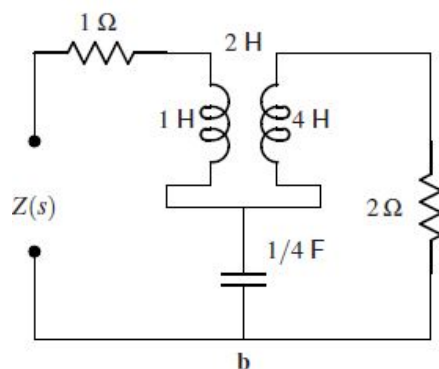
$$L_3 = -\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (3.12)$$

Induktivitet L_3 mogli smo vidjeti direktno iz Y_3 ili izračunati iz prethodno navedene formule, u oba slučaja iznos tog induktiviteta je jednak. Zadani izraz je jednostavno implementirati, tj. izgled sintetizirane mreže moguće je vidjeti na idućoj slici:



Slika 3.2: Sintezirani primjer

Očito je da negativan induktivitet predstavlja problem. Međutim danu mrežu moguće je izvesti s transformatorom [1]. Tada mreža poprima idući oblik s pripadajućim koeficijentom međuinduktivne veze.



Slika 3.3: Sintezirani primjer s međuinduktivitetom

Također publikacijama i disertacijama razvijaju se razne metode. Neke od metoda su primjere Bott-Duffin, Miyata, *half-n* a sve to da se može izvesti mreža bez transformatora međutim posljedica je gomilanje elemenata, a tada mreže sadrže više otpornika te nisu bez gubitaka kao uobičajene [2] [4]. U zadnje vrijeme posebno je zanimljivo i promatrati višeprolazne mreže i njihovu sintezu [5] [6].

4. Pozitivno realne funkcije

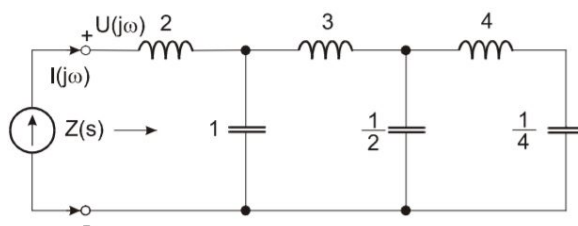
Da bi neka proizvoljna impedancijska funkcija bila realno izvediva pomoću pasivnih komponenti ta funkcija mora zadovoljavati određene uvjete. Nužan i dovoljan uvjet realizabilnosti je da su svi koeficijenti te funkcije pozitivni te takve funkcije nazivamo pozitivno realnim funkcijama. Prema Bruneu pozitivno realne funkcije (PRF) smatramo samo one funkcije koje zadovoljavaju iduća tri uvjeta [1]. Neka je $s = \sigma + i\omega$ pri čemu je i kompleksna varijabla.

- $Z[s]$ je analitička ako joj je $\text{Re}[Z(s)] > 0$
- $Z(s)$ je realna kada je s pozitivan i realan
- $\text{Re}[Z(s)] \geq 0$ ako je $\text{Re}[s] \geq 0$

Brune, Foster i Cauer u svojim radovima pokazuju, da je razvojem u verižne razlomke bilo kojeg kvocijenta dvije pozitivno realne funkcije moguće realizirati mrežu koja sadrži otpornike, zavojnice, kondenzatore, ukoliko su svi koeficijenti u verižnim razlomcima pozitivni [1] [2]. Uzmimo primjerice iduću pozitivno realnu funkciju:

$$Z(s) = \frac{12s^6 + 36s^4 + 27s^2 + 4}{6s^5 + 15s^3 + 7s} = 2s + \frac{1}{s + \frac{1}{3s + \frac{1}{0.5s + \frac{4}{4s + \frac{1}{s}}}}} \quad (4.1)$$

Razvojem po verižnim razlomcima dobivena mreža poprima idući izgled:



Slika 4.1: Primjer razvoja pozitivno realne funkcije

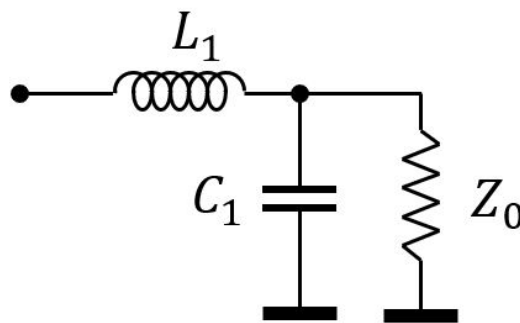
Naravno, ne može se svaka PRF funkcija prikazati u obliku verižnih razlomaka, u tom slučaju koriste se druge metode sinteze mreža (u prethodnom poglavlju opisana je Bruneova sinteza).

5. Matematički modeli za konkretne LC ljestvičaste realizacije

U ovom poglavlju će biti opisani niskopropusni ljestvičasti filtri i njihove konfiguracije te pripadni uvjeti za postojanje komplementarnih impedancijskih funkcija. Prve realizacije biti će izvedene pomoću serijskog induktiviteta kao prvog elementa. Kasnije u tekstu je obrađen primjer kada uzmemo paralelni kondenzator kao prvi element niskopropusne sekcije i posljedice realizacije koje iz tog izbora slijede.

5.1 Realizacija pomoću niskopropusnog drugog reda

Prvi tip koji će biti obrađen je niskopropusni drugi red realiziran serijom zavojnice i paralelnim spojem kondenzatora i tereta. Konfiguracija je vidljiva na slici 5.1:



Slika 5.1: Niskopropusna mreža 2. reda

Prijenosna funkcija koja se može izvesti oblika je:

$$H_{NP}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{(s/s_0)^2 + (s/s_0) \frac{1}{Z_0 C} + 1} \quad (5.1)$$

uz $s_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Ulazna impedancija i njen komplement oblika su:

$$Z_{ul}(s) = \frac{s^2 LC Z_0 + sL + Z_0}{sC Z_0 + 1} [\Omega] \quad (5.2)$$

$$\overline{Z_{ul}}(s) = Z_0 \frac{s^2 LC Z_0 + sL + Z_0}{s^2 LC Z_0 + s(L - CZ_0^2)} [\Omega] \quad (5.3)$$

Pri čemu se $\overline{Z_{ul}}$ računao preko formule (3.5). Iz izraza za komplementarnu impedanciju možemo vidjeti da, ukoliko želimo da je ona realno izvediva, polinom mora biti PRF, a to nas vuče na idući uvjet:

$$L \geq CZ_0^2 \quad (5.4)$$

Odnosno, ako pažljivo odaberemo vrijednosti L i C moguće je dobiti mrežu koja je točno komplementarni par početne mreže pri čemu će one zajedno činiti komplementarni par sklopa koji je njima zaključen.

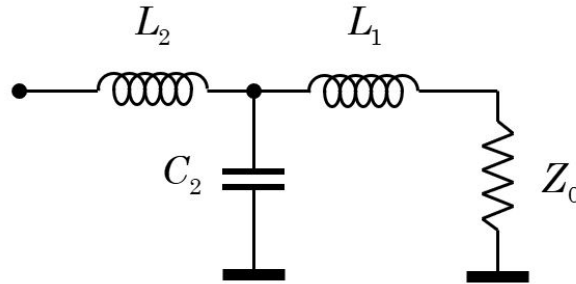
Ako numerički podesimo uvjet da nam je točno $L = CZ_0^2$ tada izraz za komplementarnu impedanciju poprima malo jednostavniji oblik

$$\overline{Z_{ul}}(s) = Z_0 + Z_0 \frac{sL + Z_0}{s^2 L^2} [\Omega] \quad (5.5)$$

Izraz (5.4) predstavlja graničnu izraz za komplementarnu implementaciju pri čemu je dana di-plekterska mreža bezreflekciona.

5.2 Realizacija pomoću niskopropusnog trećeg reda

Drugi tip koji će biti obrađen je niskopropusni treći red prikazan na idućoj slici:



Slika 5.2: Niskopropusna mreža 3. reda

Prijenosna funkcija koja se može izvesti oblika je:

$$H_{LP}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{(s/s_0)^3 + (s/s_0)^2 \frac{CL_2}{\sqrt[3]{\left(\frac{L_1 L_2 C}{Z_0}\right)^2}} + (s/s_0) \frac{(L_1 + L_2)/(Z_0)}{\sqrt[3]{\frac{L_1 L_2 C}{Z_0}}} + 1} \quad (5.6)$$

Uz $s_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{L_1 L_2 C}{Z_0}}}$. Ulazna impedancija oblika je:

$$Z_{ul}(s) = \frac{s^3 C L_1 L_2 + s^2 L_2 C Z_0 + s(L_1 + L_2) + Z_0}{s^2 C L_1 + s C Z_0 + 1} [\Omega] \quad (5.7)$$

Komplementarna impedancija oblika je:

$$\overline{Z}_{ul}(s) = Z_0 \frac{s^3 C L_1 L_2 + s^2 L_2 C Z_0 + s(L_1 + L_2) + Z_0}{s^3 C L_1 L_2 + s^2 C Z_0 (L_2 - L_1) + s(L_1 + L_2 - C Z_0^2)} [\Omega] \quad (5.8)$$

Da bi komplementarna impedancija bila praktično izvediva, funkcija $Z(s)$ mora zadovoljiti iduća dva uvjeta za pozitivno realne funkcije:

$$L_2 \geq L_1 \quad (5.9)$$

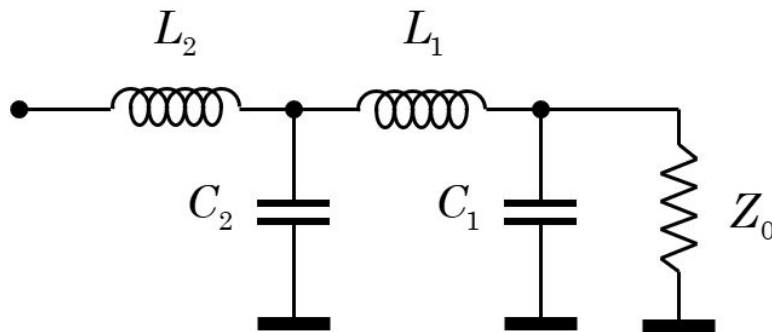
$$L_1 + L_2 \geq C Z_0^2 \quad (5.10)$$

Odnosno uvedemo li rubne uvjete, komplementarna impedancija poprima oblik koji je malo jednostavniji za realizaciju:

$$\overline{Z}_{ul}(s) = Z_0 + Z_0 \frac{s^2 L_2 C Z_0 + s(L_1 + L_2) + Z_0}{s^3 C L_1 L_2} [\Omega] \quad (5.11)$$

5.3 Realizacija pomoću niskopropusnog četvrtog reda

Toplogija razmatrane mreže prikazana je na idućoj slici:



Slika 5.3: Niskopropusna mreža 4. reda

Prijenosna funkcija niskopropusnog filtra četvrtog reda glasi:

$$H_{NP}(s) = \frac{1}{(s/s_0)^4 + (s/s_0)^3 b + (s/s_0)^2 c + (s/s_0) d + 1} \quad (5.12)$$

Gdje su koeficijenti $s_0 = \sqrt[4]{L_1 L_2 C_1 C_2 / Z_0}$, a, b, c i d dani u idućoj tablici:

Ulazna impedancija je oblika:

$$Z_{ul}(s) = \frac{s^4 a + s^3 b + s^2 c + s d + e}{s^3 f + s^2 g + s h + 1} [\Omega] \quad (5.13)$$

Tablica 5.1: Koeficijenti niskopropusnog filtra četvrtog reda

b	c	d
$L_1L_2C_2Z_0$	$L_2(C_1 + C_2) + L_1C_1$	$(L_1 + L_2)/Z_0$
$\sqrt[4]{(L_1L_2C_1C_2/Z_0)^3}$	$\sqrt[2]{L_1L_2C_1C_2/Z_0}$	$\sqrt[4]{L_1L_2C_1C_2/Z_0}$

Tablica 5.2: Koeficijenti impedancije filtra četvrtog reda

a	b	c	d	e
$L_1L_2C_1C_2Z_0$	$L_1L_2C_2$	$Z_0(L_2(C_1+C_2) + L_1C_1)$	L_1+L_2	Z_0
	f	g	h	
	$L_1C_1C_2Z_0$	L_1C_2	$Z_0(C_1+C_2)$	

Gdje su koeficijenti a, b, c, d, e, f, g i h dani u idućoj tablici:

Komplementarna impedancija je oblika:

$$\overline{Z_{ul}}(s) = Z_0 \frac{s^4a + s^3b + s^2c + s^1d + e}{s^4f + s^3g + s^2h + si} [\Omega] \quad (5.14)$$

Koeficijenti su dani u pripadnoj tablici.

Tablica 5.3: Koeficijenti komplementarne impedancije filtra četvrtog reda

a	b	c	d	e
$L_1L_2C_1C_2Z_0$	$L_1L_2C_2$	$Z_0(L_2(C_1+C_2) + L_1C_1)$	L_1+L_2	Z_0
f	g	h	i	
$L_1L_2C_1C_2Z_0$	$L_1C_2(L_2-C_1Z_0^2)$	$Z_0(L_2(C_1+C_2)+L_1C_1-L_1C_2)$	$(L_1+L_2-Z_0^2(C_1+C_2))$	

Ako je komplementarna impedancija praktično izvediva, funkcija Z(s) mora zadovoljiti iduće uvjete:

$$L_2 \geq C_1Z_0^2 \quad (5.15)$$

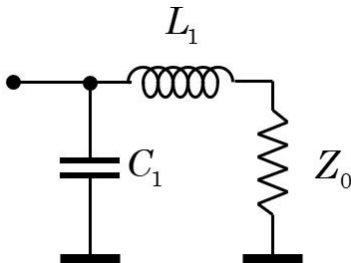
$$L_2(C_1 + C_2) + L_1C_1 \geq L_1C_2 \quad (5.16)$$

$$\frac{L_1 + L_2}{C_1 + C_2} \geq Z_0^2 \quad (5.17)$$

Funkciju (5.16) je ponovo moguće napisati na jednostavniji način kao što je učinjeno i s funkcijama za 2. i 3. red posebno za rubni uvjet.

5.3.1 Alternativna niskopropusna mreža 2. reda

Druga konfiguracija pomoću koje možemo izvesti niskopropusne filtra, primjerice drugog reda, sastavljena je od paralelnog spoja kondenzatora i serije zavojnice i tereta. Izgled te konfiguracije mreže vidljiv je na slici 5.2:



Slika 5.4: Alternativna niskopropusna mreža 2. reda

Impedancijska funkcija oblika je :

$$Z_{ul}(s) = \frac{sL + Z_0}{s^2LC + sZ_0C + 1} [\Omega] \quad (5.18)$$

dok je komplementarna impedancijska funkcija oblika:

$$\overline{Z}_{ul}(s) = -Z_0 \frac{sL + Z_0}{s^2LCZ_0 + s(Z_0^2C - L)} [\Omega] \quad (5.19)$$

Vidljivo je da ova druga topologija nije izvediva u konfiguraciji admitancijskog dipleksera zbog **negativnog predznaka** koji ukazuje da brojnik ili nazivnik nisu pozitivne realne funkcije. Lako je pokazljivo da iz ove konfiguracije niskopropusnog filtra moguće pronaći komplementarni par te preko kaskadne realizacije komplementarnog impedancijskog filtra ostvariti filter s konstantnim otporom, **odnosno sve komplementarne mreže niskopropusne mreže s paralelnim kondenzatorom kao prvim elementom u realizaciji nisu izvedive kao admitancijski komplementarni filtri, ali su izvedive kao impedancijski komplementarni filtri.**

6. Primjena matematičkih modela na poznate tipove filtara i analiza njihovih komplementarnih parova

U ovom poglavlju opisani su kanonski tipovi filtara te njihove ljestvičaste realizacije. Potom je pronađena komplementarna impedancijska funkcija te izvedena pomoću više metoda sinteze. Pokazano je da za jedino Butterworthovu karakteristiku točno možemo izvesti komplementarne ljestvičaste LCR mreže bez gubitaka dok za ostale tipove te komplementarne mreže neće sadržavati samo jedan otpornik, odnosno biti će filtri s gubitcima. Te komplementarne mreže će biti kombinacija visokopropusnih, pojasno-propusnih i pojasno-branskih karakteristika ili će biti izvedene pomoću transformatora čime se baš i nismo usrećili (često su iznosi induktiviteta međusobno velikog raspona, također transformatori su idealni, te time praktično neizvedivi).

6.1 Komplementarni admitancijski dipleksni filtri Butterworthove karakteristike

Butterworthovi filtri su filtri koji su maksimalno glatki u području propuštanja. Amplitudna karakteristika niskopropusnog filtra s Butterworthovom karakteristikom opisana je idućom jednačbom:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}} \quad (6.1)$$

6.1.1 Butterworthov komplementarni admitancijski dipleksni filtar 2. reda

Prijenosna funkcija niskopropusnog filtra Butterworthove karakteristike 2.reda normirana definirana je kao:

$$H_{NP}(s) = \frac{1}{(s/s_0)^2 + (s/s_0)\sqrt{2} + 1} \quad (6.2)$$

Stavimo li $s_0 = 1$, odnosno normiramo li na jediničnu frekvenciju $\omega_c = 1$ te usporedbom s izrazom (5.1) slijede tablične vrijednosti elemenata tj. $Z_0=1$, $L= \sqrt{2}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Iz danih tabličnih vrijednosti dobivaju se iduće vrijednosti za Z_{ul} i \overline{Z}_{ul}

$$Z_{ul}(s) = \frac{s^2 + \sqrt{2}s + 1}{1 + s\frac{1}{\sqrt{2}}} [\Omega] \quad (6.3)$$

$$\overline{Z}_{ul}(s) = \frac{s^2 + \sqrt{2}s + 1}{s^2 + s\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s + \frac{1}{\sqrt{2}}} [\Omega] \quad (6.4)$$

Vrlo jednostavno slijedi da su $A = \sqrt{2}$, $B = 1$, $C = 0$ te Z_{ul} poprima idući oblik:

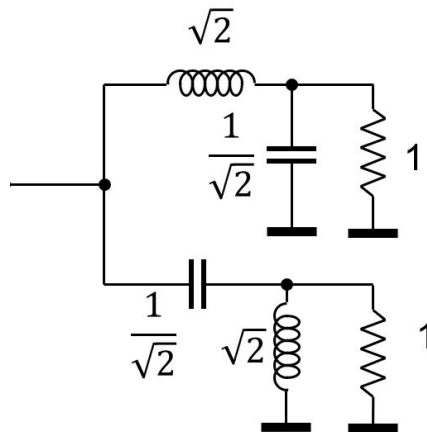
$$Z_{ul}(s) = \frac{\sqrt{2}}{s} + \frac{1}{1 + s\frac{1}{\sqrt{2}}} [\Omega] \quad (6.5)$$

što je zapravo mreža izvediva serijskim spojem kondenzatora $C = \frac{1}{\sqrt{2}}$, paralelnim spojem zavojnice $L = \sqrt{2}$ i tereta $Z_0 = 1$. Prijenosna funkcija $H_{VP}(s)$ slijedi:

$$H_{VP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \sqrt{2}s + 2} \quad (6.6)$$

što je upravo prijenosna funkcija visokopropusnog filtra .

Time je realiziran bezreflekcionni komplementarni filter 2. reda s odgovarajućim niskopropusnim sekcijom Butterworthove karakteristike te visokopropusne sekcije. Mrežna topologija pripadajućeg dipleksera vidljiva je na idućoj slici:



Slika 6.1: Butterworthov dipleksni filter 2. reda

6.1.2 Butterworthov komplementarni admitancijski dipleksni filtar 3. reda

Slijedi proračun za Butterworthov niskopropusni filtar 3. reda. Izraz za normiranu funkciju ($\omega_c = 1$) je:

$$H_{NP}(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \quad (6.7)$$

Te usporedbom s općim oblikom dolazimo do vrijednosti elementata. $Z_0 = 1\Omega$, $C = \frac{4}{3}\text{F}$, $L_1 = \frac{1}{2}\text{H}$, $L_2 = \frac{3}{2}$. Impedancija mreže poprima oblik:

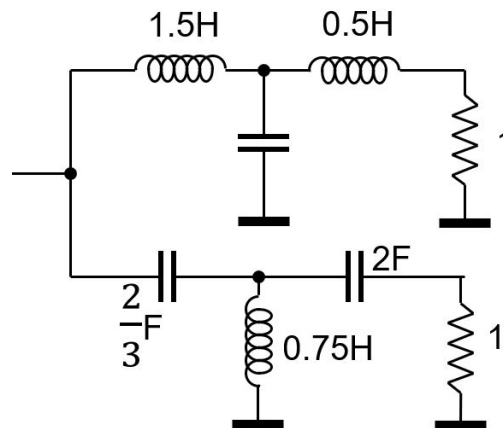
$$Z_{NP}(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{\frac{2}{3}s^2 + \frac{4}{3}s + 1} [\Omega] \quad (6.8)$$

Komplementarna poprima oblik:

$$\overline{Z_{np}(s)} = \frac{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{s^3 + \frac{4}{3}s^2 + \frac{2}{3}s} [\Omega] \quad (6.9)$$

Razvojem dolazimo do vrijednosti elemenata komplementarne mreže: $Z_0 = 1$, $L = \frac{3}{4}$, $C_1 = 2$, $C_2 = \frac{2}{3}$. Odnosno za danu ulaznu admitanciju niskopropusnog sklopa dobili smo upravo komplementarnu admitanciju koja **ima karakteristiku visokopropusnog sklopa**.

Diplekser poprima idući oblik:



Slika 6.2: Butterworthov dipleksni filtar 3. reda

Isto je moguće izvesti i za više redova te je sustav s Butterworthovim filtrima jednostavno realizibilan.

6.2 Komplementarni admitancijski dipleksni filtri Besselove karakteristike

Električni filtri Besselovih karakteristika su oni filtri čija je amplitudna i fazna frekvencijska karakteristika podešena tako da imaju konstantno grupno kašnjenje u području propuštanja. Nazivnik prijenosne funkcije tada je Besselov inverzni polinom dan izrazom:

$$\theta(s) = \sum_{k=0}^n a_k s^k \quad (6.10)$$

Gdje je $a_k = \frac{(2n-k)!}{2^{n-k} k! (n-k)!}$, $k = 0, 1, \dots, n$.

Opća prijenosna funkcija niskopropusnog filtra Besselove karakteristike oblika je

$$H(s) = \frac{\theta_n(0)}{\theta_n(s/w_0)} \quad (6.11)$$

6.2.1 Besselov komplementarni admitancijski dipleksni filter 2. reda

Prijenosna funkcija niskopropusnog filtra Besselove karakteristike 2. reda normirana na $\omega_c = 1$ definirana je kao:

$$H_{NP}(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 3} \quad (6.12)$$

Usporedbom s izrazom (3.1) slijede tablične vrijednosti elemenata tj $R_L = Z_0 = 1$, $L = 1$, $C = \frac{1}{3}$. Iz danih tabličnih vrijednosti dobivaju se iduće vrijednosti za Z_{ul} i $\overline{Z_{ul}}$ Ulazna impedancija i njen komplement oblika su:

$$Z_{ul}(s) = \frac{\frac{1}{3}s^2 + s + 1}{\frac{1}{3}s + 1} \quad (6.13)$$

$$\overline{Z_{ul}}(s) = \frac{s^2 + 3s + 3}{s^2 + 2s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s + 2} \quad (6.14)$$

Slijedi da su $A = \frac{3}{2} = C$, $B = 1$, te Z_{ul} poprima idući oblik:

$$\overline{Z_{ul}}(s) = \frac{3}{2s} + \frac{s + \frac{3}{2}}{s + 2} \quad (6.15)$$

Može se pokazati da danu komplementarnu impedanciju nije moguće prikazati u ljetvičastoj realizaciji s jednim otpornikom. Problemu se pristupa na drugi način.

$$Z_a(s) = \frac{s + \frac{3}{2}}{s + 2} \quad (6.16)$$

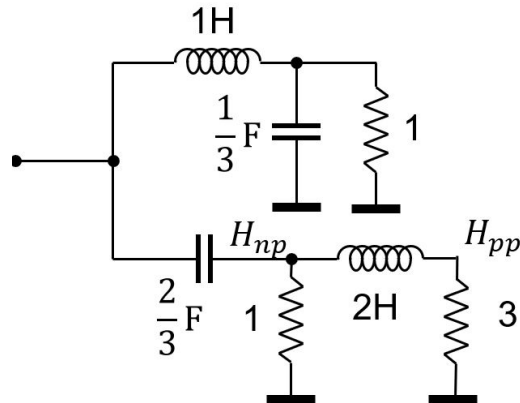
$$Y_a(s) = \frac{s + 2}{3} = 1 + \frac{\frac{1}{2}}{s + \frac{3}{2}} \quad (6.17)$$

Odnosno odvojili smo otpornik $Y_1 = 1 [S]$ prema masi.

$$Z_b(s) = \frac{s + \frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 2s + 3 \quad (6.18)$$

Ovdje je vidljivo da je to zapravo serija zavojnice $2H$ i otpora 3Ω .

Konačan diplexer poprima oblik:



Slika 6.3: Besselov dipleksni filter 2. reda

Donja sekcija ima zapravo 2 izlaza. Na prvom otporu vidimo niskopropusnu sekciju 1. reda te je prijenosna funkcija:

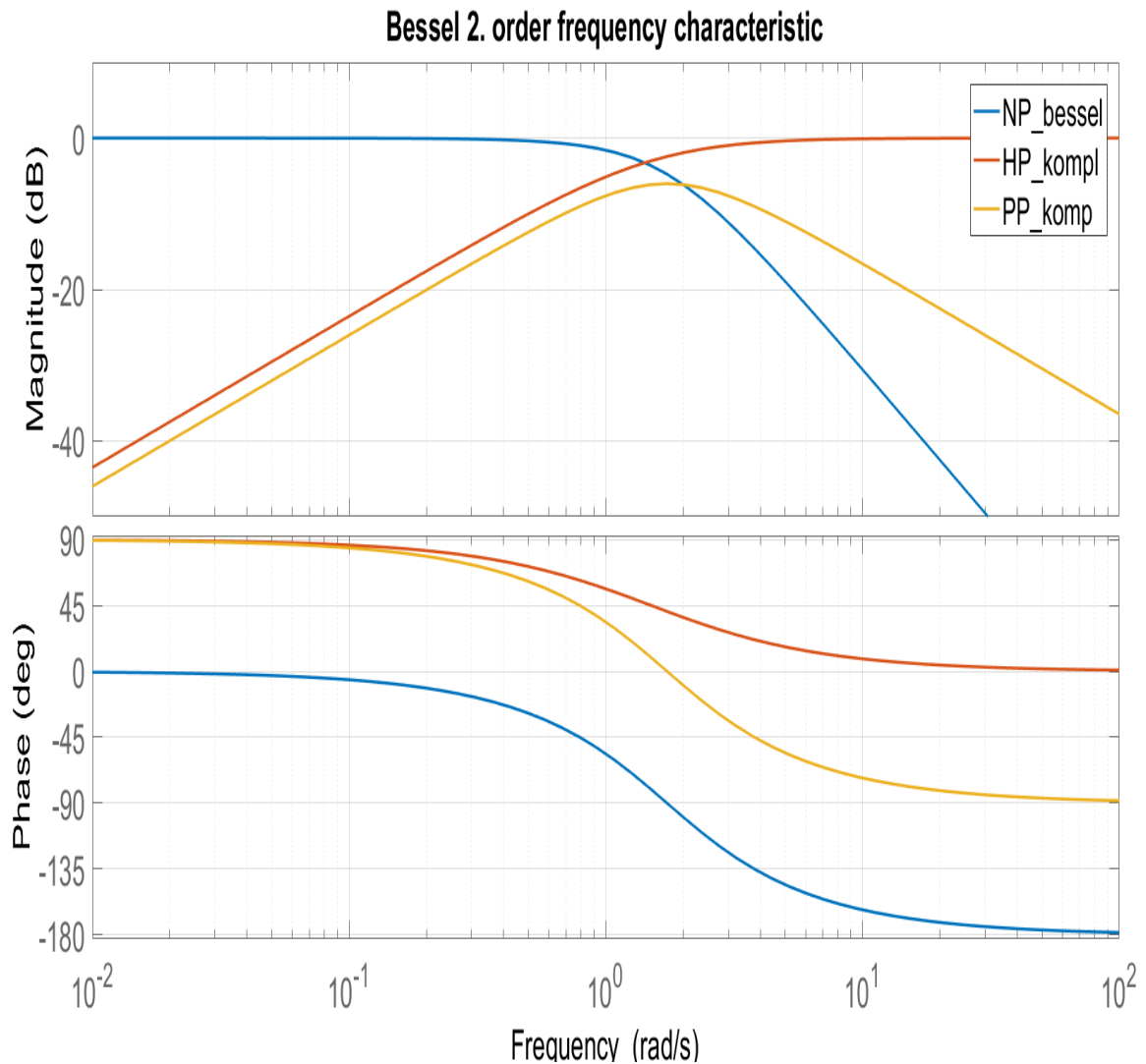
$$H_{VP}(s) = \frac{3}{2s + 3} \quad (6.19)$$

Prijenosna funkcija na drugom otporu je zapravo pojasnopropusna sekcija gledano s ulaza:

$$H_{VP}(s) = \frac{3s}{2s^2 + 6s + 6} \quad (6.20)$$

Ovom sintezom se dakle kao izvediva komplementarna ljestvičasta mreža dobije pojasno-propusni filter ako mjerimo na posljednjem otporu. Ova konfiguracija čini se dobrom, velik dio viših harmonika disipirati će se na otporima.

Možemo vidjeti amplitudnu i faznu frekvencijsku karakteristiku na idućim grafovima:



Slika 6.4: Amplitudna i fazna karakteristika Besselovog dipeksera 2. reda

6.2.2 Besselov komplementarni admitancijski dipeksni filter 3. reda

Prijenosna funkcija niskopropusnog filtra Besselove karakteristike 3.reda normirana na $\omega_c = 1$ definirana je kao:

$$H_{NP}(s) = \frac{15}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15} \quad (6.21)$$

Usporedbom s izrazom (3.1) slijede tablične vrijednosti elemenata tj $R_L = Z_0 = 1$, $L_1 = 0.167$, $C = 0.48$, $L_2 = 0.844$.

Ulazna impedancija i njen komplement oblika su:

$$Z_{ul}(s) = \frac{s^3 + 6s^2 + 15s + 15}{1.2s^2 + 7.2s + 15} \quad (6.22)$$

$$\overline{Z_{ul}(s)} = \frac{s^3 + 6s^2 + 15 + 15}{s^3 + 4.8s^2 + 7.8s} = \frac{1}{0.52s} + \frac{s^2 + s\frac{53}{13} + \frac{75}{13}}{s^2 + s\frac{24}{5} + \frac{39}{5}} \quad (6.23)$$

Invertiramo drugi pribrojnik, oduzmemo vrijednost otpora $Y = 1S$.

$$Y_a(s) = \frac{s^2 + s\frac{24}{5} + \frac{39}{5}}{s^2 + s\frac{53}{13} + \frac{75}{13}} - 1 = \frac{s\frac{47}{65} + \frac{132}{65}}{s^2 + s\frac{53}{13} + \frac{75}{13}} \quad (6.24)$$

Invertirajmo, nađimo reziduum u beskonačnosti i oduzmimo ga od funkcije (ovaj reziduum iznosi $\frac{65}{47}$ i predstavlja iznos induktiviteta).

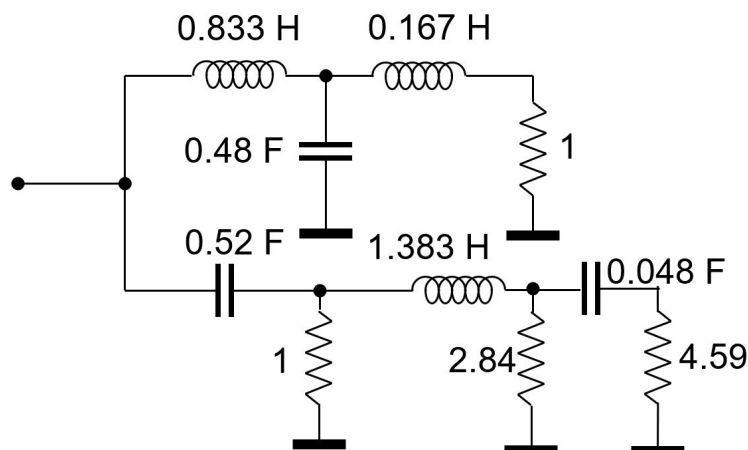
$$Z_a(s) = \frac{s^2 + s\frac{53}{13} + \frac{75}{13}}{s\frac{47}{65} + \frac{132}{65}} - \frac{65s}{47} = \frac{125(31s + 141)}{47(47s + 132)} \quad (6.25)$$

Ponovo invertirajmo, oduzmimo reziduum kad s teži u 0 (admitancija otpora).

$$Y_b(s) = \frac{47(47s + 132)}{125(31s + 141)} - \frac{44}{125} \quad (6.26)$$

$$Y_b(s) = \frac{169s}{25(31s + 141)} \quad (6.27)$$

Otuda lako slijede iznosi kapaciteta i serijskog mu otpora. Diplekser 3. reda Besselove karakteristike poprima idući oblik:



Slika 6.5: Besselov dipleksni filter 3. reda

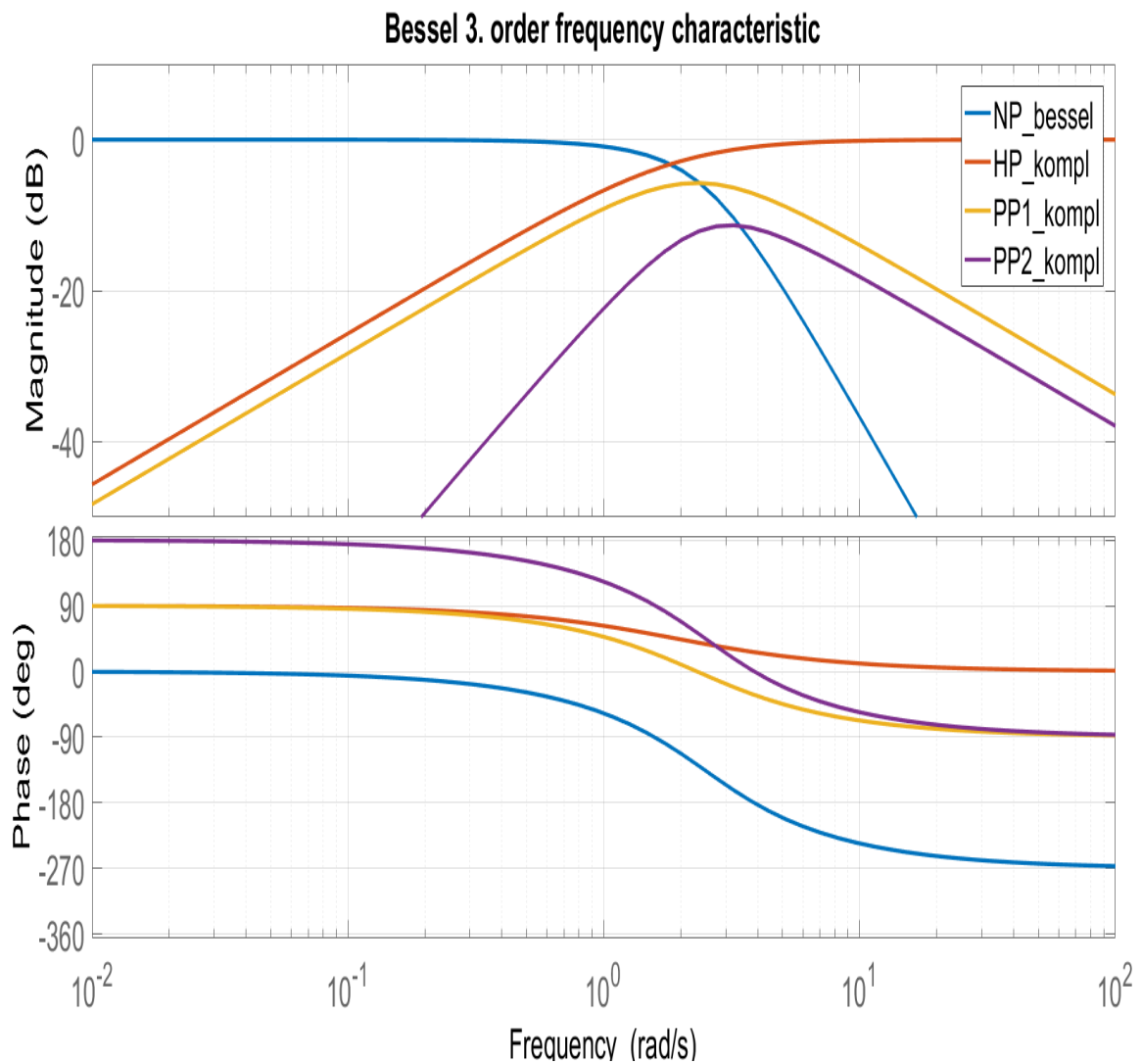
Promotrimo sve izlaze sekcija na otporima, redom 1Ω , 2.84Ω i 4.59Ω prijenosne funkcije su:

$$H_{VP}(s) = \frac{0.52s}{0.52s + 1} \quad (6.28)$$

$$H_{PP_1}(s) = \frac{1.4768s}{0.71916s^2 + 2.8598s + 3.84} \quad (6.29)$$

$$H_{PP_2}(s) = \frac{0.32537s^2}{0.25648s^3 + 1.51386s^2 + 3.84215s + 3.84} \quad (6.30)$$

Na idućoj slici vide se amplitudne i fazne frekvencijske karakteristike pripadnih sekcija:



Slika 6.6: Amplitudna i fazna karakteristika Besselovog dipeksera 3. reda

6.2.3 Besselov komplementarni admitancijski dipleksni filter 4. reda

Prijenosna funkcija niskopropusnog filtra Besselove karakteristike glasi:

$$H_{NP}(s) = \frac{105}{s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105} \quad (6.31)$$

Usporedbom s općim oblikom dolazimo do vrijednosti elemenata $Z_0 = 1$, $L_1 = \frac{20}{69}$, $L_2 = \frac{49}{69}$,
 $C_1 = \frac{1}{10}$, $C_2 = \frac{1587}{3430}$.

Iznosi impedancije niskopropusne mreže i njoj komplementarne su:

$$Z_{NP}(s) = \frac{\frac{1}{105}s^4 + \frac{2}{21}s^3 + \frac{3}{7}s^2 + s + 1}{\frac{23}{1715}s^3 + \frac{46}{343}s^2 + \frac{193}{343}s + 1} \quad (6.32)$$

$$\frac{1}{Z_{NP}(s)} = \frac{\frac{1}{105}s^4 + \frac{2}{21}s^3 + \frac{3}{7}s^2 + s + 1}{\frac{1}{105}s^4 + \frac{421}{5145}s^3 + \frac{101}{343}s^2 + \frac{150}{343}s} = \frac{s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105}{s^4 + \frac{421}{49}s^3 + \frac{1519}{49}s^2 + \frac{2250}{49}s} \quad (6.33)$$

Slijedi izbacivanje pola u 0 (serijski kapacitet iznosa 0.437F).

$$Z_a = \frac{s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105}{s^4 + \frac{421}{49}s^3 + \frac{1519}{49}s^2 + \frac{2250}{49}s} - \frac{1}{\frac{150}{343}s} = \frac{s^3 + \frac{1157}{150}s^2 + \frac{3803}{150}s + \frac{7348}{75}}{s^3 + \frac{421}{49}s^2 + \frac{1519}{49}s + \frac{2250}{49}} \quad (6.34)$$

Uklonimo admitanciju prema masi (primjetiti da se ne može ukloniti 1, to može kao posljedicu imati funkciju koja nije PRF u jednom od idućih koraka):

$$Y_b = \frac{s^3 + \frac{421}{49}s^2 + \frac{1519}{49}s + \frac{2250}{49}}{s^3 + \frac{1157}{150}s^2 + \frac{3803}{150}s + \frac{7348}{75}} - \frac{\frac{2250}{49}}{\frac{7348}{75}} = \frac{75s(191302s^2 + 1791883s + 6883237)}{180026(150s^3 + 1157s^2 + 3803s + 14696)} \quad (6.35)$$

Maknemo sada ponovno pol u 0 u impedanciji.

$$Z_c = \frac{1.88s^3 + 14.52s^2 + 47.72s + 184.39}{s^3 + 9.36s^2 + 35.98s} - \frac{5.12}{s} \quad (6.36)$$

$$Z_c = \frac{1.88s^2 + 9.39s - 0.28}{s^2 + 9.36s + 35.98} \quad (6.37)$$

Z_c nije PRF, prema tome ni ova metoda, kao ni metoda razvoja u verižne razlomke nije prigodna za prikaz Besselovog komplementa 4. reda. Slijedi još par pokušaja (micanje otpora za smanjenje reda brojnika):

$$Z_a = \frac{s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105}{s^4 + \frac{421}{49}s^3 + \frac{1519}{49}s^2 + \frac{2250}{49}s} - 1 = \frac{\frac{69}{49}s^3 + 14s^2 + \frac{2895}{49}s + 105}{s^4 + \frac{421}{49}s^3 + \frac{1519}{49}s^2 + \frac{2250}{49}s} \quad (6.38)$$

$$Y_b = \frac{s^4 + \frac{421}{49}s^3 + \frac{1519}{49}s^2 + \frac{2250}{49}s}{\frac{69}{49}s^3 + 14s^2 + \frac{2895}{49}s + 105} - \frac{49}{69}s = \frac{-1.350s^3 - 10.957s^2 - 28.647}{\frac{69}{49}s^3 + 14s^2 + \frac{2895}{49}s + 105} \quad (6.39)$$

Ponovo se dobiva funkcija koja nije pozitivno realna. Probajmo preko Miyatine metode, kretnimo od izraza (6.31). M će nam predstavljati parne potencije, N neparne potencije izraza (6.31) [2].

$$Re[Z_a(jw)] = \frac{A(w^2)}{B(w^2)} = \frac{M_1M_2 - N_1N_2}{M_2^2 - N_2^2} = \frac{w^6 + 9.919w^4 - 410.002w^2 + 4498.776}{w^6 + 11.82w^4 + 171.954w^2 + 2108.496} \quad (6.40)$$

Miyatina metoda također ne funkcionira, $A(w^2)$ mora imati sve koeficijente pozitivne, a ovdje to nije slučaj, preostaju nam 2 načina sinteze (Bott-Duffin - bez transformatora i Brune - s transformatorima). Obje metode su izrazito neefikasne i nepraktične (sadrže velik broj elemenata, raspon iznosa induktiviteta kod transformatora).

6.3 Chebyshev II

Promotrimo Chebyshev II niskoprousni filtar(gušenje u području gušenja 70dB) odgovarajuće prijenosne funkcije:

$$H_{NP}(s) = \frac{3.512(s^2 + 2)}{s^2 + 0.0356s^2 + 6.3246 * 10^{-4}} \quad (6.41)$$

Usporedimo li s klasičnom prototipnom funkcijom niskopropusnog filtra koja je izvedena na početku (5.1) vidimo da ta prototipna ljestvičasta konfiguracija nije pogodna za izvađanje ljestvičastog filtra inverzne Chebyshev karakteristike. Isto vrijedi i za više redove filtra, prijenosne funkcije ne poklapaju se s jednostavnim ljestvičastim strukturama koje su ranije izvedene. Primjetimo li brojnik vidimo da on ima faktor $(s^2 + 2)$ tj. $(s^2 + w^2)$ koji je uobičajen za pojasne brane. Intuitivno je da u razvoju s pasivnim komponentama moramo imati u mreži LC paralelu. Pogledajmo idući primjer iz [7].

Prijenosna funkcija zadana je direktno iz tablica (moguće ju je generirati iz MATLAB alata putem funkcije cheby2(7,30,1,'s')):

$$H(s) = \frac{(s^2 + 1.0257^2)(s^2 + 1.2791^2)(s^2 + 2.3048^2)}{s^7 + 4.52s^6 + 10.2s^5 + 14.98s^4 + 15.36s^3 + 11.59s^2 + 5.711s + 2.0289} \quad (6.42)$$

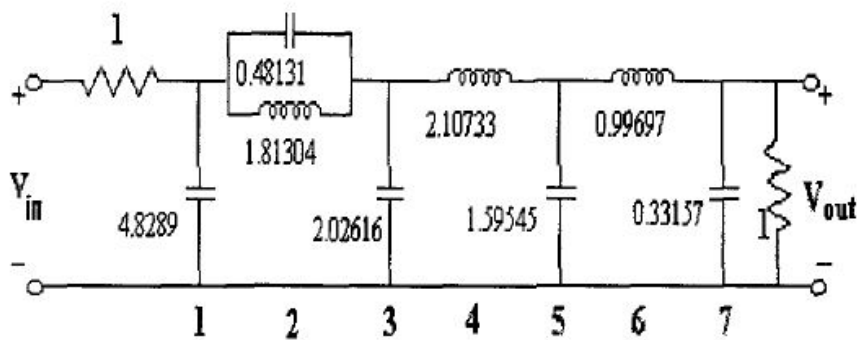
Ukoliko se krene na realizaciju ove funkcije u jednom trenutku dobit će se elementi s negativnim vrijednostima. Potrebno je napraviti posmicanje nula prema beskonačnosti. Alternativna prijenosna funkcija je tada:

$$H(s) = \frac{(s^2 + 1.0704^2)}{s^7 + 3.14s^6 + 4.93s^5 + 4.97s^4 + 3.47s^3 + 1.67s^2 + 0.50s + 0.074} \quad (6.43)$$

Impedancija slijedi:

$$Z(s) = \frac{5.9225s^6 + 25.4243s^4 + 14.2886s^2 + 1.1459}{30.9029s^7 + 134.8962s^5 + 83.8284s^3 + 10.07265s} \quad (6.44)$$

Kao rezultat sinteze dobiva se iduća mreža:



Slika 6.7: Inverz Chebyshev 7. reda

Moguće je odmah vidjeti da za danu mrežu nije moguće izvesti komplementarni admitancij-ski par : nazivnik je za 1 veći od brojnika, potencije nisu identične, sekcija započinje paralelnim kondenzatorom, rezultatna funkcija nije PRF. Također možemo vidjeti da ni serijska realizacija dva filtra ne bi urodila plodom, potrebno je $Z(s)$ još prenamijeniti(micanje pola u 0, postavljanje u minimalno otpornu funkciju i slično).

7. Zaključak

U admitancijskoj realizaciji prvi element niskopropusne sekcije mora biti serijska zavojnica, jer odabirom paralelnog kondenzatora impedancijska funkcija komplementarne sekcije neće biti pozitivna realna funkcija. Kod serijske realizacije PRF ćemo dobiti ako niskopropusni prototip započnemo upravo s paralelnim kondenzatorom, a problem će nam uslijediti sa serijskom zavojnicom. Ovo je bitan zaključak za pristup realizaciji.

Jedini filtar za koji postoji jednostavan i izrazito lijepo izvediv ljestvičasti komplementarni par, bez gubitaka na dodatne otpore je Butterworthov. Svi ostali kanonski komplementarni filtri podložni su nekim drugim metodama sinteze. Kao rezultat tih sinteza ne moramo nužno dobiti visokopropusni par iz niskopropusnog prototipa, već će konačni izlaz komplementarne sekcije biti najčešće pojasno propusnog tipa ako izvađamo sustav s više otonika (bitno je primjetiti da sekcije počinju kondenzatorom te da se prvi dio viših harmonika troši na prvom zaključenom teretu koji je upravo iznosa Z_0). Ukoliko nije moguće postići da je prvi zaključeni teret iznosa Z_0 u pravilu se nailazi daljnim razvojem na funkciju koja više nije PRF i kao takva nije realizibilna.

Bitan zaključak je da svaka komplementarna impedancija za prototipnu ljestvičastu strukturu ima pol u 0, tj. micanjem tog pola u seriji uvijek dobivamo kondenzator kao prvi serijski element, koji zaključen s admitancijom Z_0 tvori visokopropusni filtar prvog reda.

Najbitniji zaključak je taj da je nužan uvjet za izvađanje komplementarne mreže, bila ona admitancijska ili impedancijska taj da impedancijskoj funkciji prototipne mreže kvocijent polinoma ne smije imati razliku u potencijama veću od jedan i to može biti samo najveća potencija, primjerice ne smiju se preskakati kao kod Chebyshev II filtra, jer u tom slučaju komplementarna funkcija nije pozitivno realna funkcija i kao takva nije realizibilna.

Literatura

- [1] O. Brune, “Synthesis of a finite two-terminal network whose driving-point impedance is a prescribed function of frequency,” 1931.
- [2] L. Weinberg, *Network Analysis and Synthesis*, 1962.
- [3] O. Wing, *Classical Circuit Theory*, 2008.
- [4] E.S.Kuh, “Special synthesis techniques for driving point impedance functions,” 1955.
- [5] T. H. Hughes, “On the synthesis of passive networks without transformers,” 2016.
- [6] F. Mukhtar, “Algorithm for brune’s synthesis of multiport circuits,” 2013.
- [7] D. Baez-Lopez and E. Jimenez-Lopez, “A modified inverse-chebyshev filter with an all, positive elements ladder passive realization,” 1999.