

# ZAVRŠNI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

## PITANJA IZ 3. CIKLUSA NASTAVE

28.6.2006.

1. [2 boda] Odrediti kosu asimptotu funkcije  $f(x) = x \cdot \ln(e^2 + \frac{1}{x})$ .
2. [2 boda] Kolike su najveća i najmanja vrijednost funkcije  $f(x) = \cos^2 x + \sin x$  na segmentu  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ . Nacrtati sliku!
3. [2 boda] Od svih pravokutnih trokuta s hipotenuzom duljine  $\sqrt{2}$  cm odrediti onaj s najvećim opsegom. Koliki je taj opseg?
4. [2 boda] Izračunati integral  $\int (x^2 - 2x + 3) \ln x dx$ .
5. [2 boda] Izračunati integral  $\int_0^2 x^3 \sqrt{2x^2 + 1} dx$ .
6. [2 boda] Izračunati integral  $\int \frac{x^3}{x^2 + x + 1} dx$ .
7. [3 boda] Izračunati integral  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin^3 x - 2 \sin^2 x + \sin x} dx$ .
8. [2 boda] Izračunati površinu omeđenu krivuljama  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{6 - 2x}$  i osi  $x$ .
9. [3 boda] Izračunati obujam (volumen) rotacijskog tijela koje nastaje vrtnjom oko osi  $x$  lika koji je omeđen lukom krivulje  $y = \frac{x-1}{x}$ , pravcima  $x = -2$  i  $x = -1$ , te horizontalnom asimptotom.

PITANJA IZ CIJELOG GRADIVA

10. [3 boda] a) Odrediti apsolutnu vrijednost kompleksnog broja

$$z = \frac{\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{22} \cdot (2 + i)^{44}}{(3 + 4i)^{23}}.$$

- b) Odrediti realni dio kompleksnog broja  $z = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{17}$ .

- c) Riješiti jednačbu  $z^2 = \bar{z}$ .

11. [3 boda] a) Definirati inverznu matricu kvadratne matrice  $A$ .

- b) Neka su  $A$  i  $B$  kvadratne matrice istog tipa. Ako je  $\det A = 3$  i  $\det B = 4$ , koliko je  $\det(AB)$ ?

- c) Zadane su matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Izračunati  $\det(A^{-1}B)$ .

12. [3 boda] Skicirati grafove funkcija

a)  $f(x) = 3 + \operatorname{sh}(x + 1)$

b)  $f(x) = 1 - \operatorname{ch}(x - 2)$

c)  $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(-x + 1)$ .

13. [3 boda] a) Izvesti po definiciji derivaciju funkcije  $f(x) = \cos x$ .

- b) Napisati pravilo za derivaciju inverzne funkcije.

- c) Služeći se pravilom pod b) izvesti derivaciju funkcije  $f(x) = \arccos x$ .

14. [3 boda] Odrediti područje definicije (domenu), ispitati ponašanje na rubovima područja definicije, naći lokalne ekstreme i asimptote, te nacrtati kvalitativni graf funkcije

$$f(x) = e^{\frac{x^2}{x-1}}.$$

Napomena: Nije potrebno tražiti intervale konveksnosti i konkavnosti.

Ispit traje 2 sata i 30 minuta.