

ZAVRŠNI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

1.2.2006.

PITANJA IZ 3. CIKLUSA NASTAVE

1. [2 boda] Naći intervale monotonosti i ekstreme funkcije $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$.

2. [2 boda] U elipsu s poluosima duljina a i b upisati pravokutnik maksimalne površine, tako da su mu stranice paralelne osima elipse. Koliko iznosi ta površina ?

3. [2 boda] Naći jednadžbu normale na graf funkcije $f(x) = xe^{-x}$ u točki infleksije tog grafa.

4. [3 boda] Odrediti područje definicije funkcije, ispitati ponašanje na rubu područja definicije, naći lokalne ekstreme i asimptote, te skicirati graf funkcije

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x}.$$

5. [2 boda] Dokazati da za funkciju f , neprekinutu na $[a, b]$, vrijedi

$$\frac{d}{dx} \left(\int_a^x f(t) dt \right) = f(x), \quad x \in [a, b].$$

6. [3 boda] Izračunati

$$\int \frac{dx}{x^3 + 1}.$$

7. [2 boda] Izračunati

$$\int (1 + \operatorname{sh} x)^9 \operatorname{ch} x dx.$$

8. [2 boda] Izračunati

$$\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{4 - x^2} dx.$$

9. [2 boda] Izračunati površinu lika omeđenog krivuljama $y = 2x^2$ i $y = 3 - x^2$.

PITANJA IZ CIJELOG GRADIVA

10. [3 boda]

- Definirati apsolutnu vrijednost kompleksnog broja.
- Izvesti formulu $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$, $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$.
- Skicirati u kompleksnoj ravnini skup $\{z \in \mathbf{C} : 1 \leq |z - i| \leq 2\}$.

11. [3 boda]

- Gaussovom metodom riješiti sustav $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pri čemu je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- Koliki je rang matrice \mathbf{A} ?

12. [3 boda]

- Napisati definiciju derivacije funkcije f u točki x_0 .
- Po definiciji izračunati derivaciju funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2}$.
- Naći jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2}$ u točki $(1, 1)$.

13. [3 boda]

- Definirati desnu kosu asimptotu $y = kx + l$ funkcije $f(x)$.
- Izvesti formule za koeficijente k i l .
- Naći desnu kosu asimptotu funkcije $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$.

14. [3 boda]

- Izvesti formulu za parcijalnu integraciju.
- Izračunati $\int \ln x \, dx$.
- Izračunati površinu lika omeđenog krivuljom $y = \ln x$, pravcem $x = e^2$ i osi x .

Vrijeme pisanja ispita je 2 sata i 30 minuta.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih priručnika ni računala.