

# ZAVRŠNI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

8.2.2006.

## PITANJA IZ 3. CIKLUSA NASTAVE

1. [2 boda] Naći intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije  $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$ .
2. [2 boda] Odrediti pravokutnik maksimalne površine upisan u lik omeđen krivuljom  $y = 4 - x^2$  i osi  $x$  tako da mu jedna stranica leži na osi  $x$ .  
Koliko iznosi ta površina ?

3. [2 boda] Naći vertikalne i kose asimptote funkcije

$$f(x) = 1 + \frac{x}{2} + \frac{7}{2x} - \frac{3}{2x^2}.$$

4. [2 boda] Iskazati stavak o srednjoj vrijednosti integralnog računa, te nacrtati odgovarajuću skicu uz geometrijsku interpretaciju.

5. [3 boda] Izračunati

$$\int \frac{dx}{x^3 + 2x^2 + 2x}.$$

6. [2 boda] Izračunati

$$\int x^2 \sin x \, dx.$$

7. [3 boda] Izračunati

$$\int_1^3 \sqrt{3 + 2x - x^2} \, dx.$$

8. [2 boda] Krivulje  $y = \operatorname{sh}x$ ,  $y = \operatorname{ch}x$  i segment  $[0, 1]$  na osi  $y$  određuju neomeđen lik u prvom kvadrantu. Njegova je ploština ipak konačna. Izračunati tu ploštinu !

9. [2 boda] Pomoću formule za duljinu luka krivulje izvesti formulu za opseg kružnice polumjera  $R$ .

## PITANJA IZ CIJELOG GRADIVA

### 10. [3 boda]

- Napisati formulu za računanje  $n$ -tog korijena kompleksnog broja.
- Geometrijski prikazati  $n$ -te korijene broja  $z = r(\cos \phi + i \sin \phi)$  za  $n = 3$ .
- Riješiti jednadžbu  $z^3 + 1 - i = 0$ .

### 11. [3 boda]

Odrediti parametar  $\alpha$  tako da matrica

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & \alpha \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ima točno jednu (dvostruku) svojstvenu (vlastitu) vrijednost  $\lambda$ .

- Odrediti  $\lambda$ .
- Odrediti svojstvene (vlastite) vektore koji odgovaraju pronađenoj svojstvenoj vrijednosti.

### 12. [3 boda]

- Napisati definiciju derivacije funkcije  $f$  u točki  $x_0$ .
- Dokazati  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ .
- Izračunati derivaciju funkcije  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \cdot \arctg x$ .

### 13. [3 boda]

- Napisati definiciju limesa niza.
- Po definiciji dokazati da je  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$ .
- Izračunati  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + n})$ .

### 14. [3 boda]

Odrediti područje definicije funkcije, ispitati ponašanje na rubu područja definicije, naći lokalne ekstreme i asimptote te skicirati graf funkcije

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

**Vrijeme pisanja ispita je 2 sata i 30 minuta.**

**Nije dozvoljeno korištenje nikakvih priručnika ni računala.**