

## Drugi međuispit iz Matematike 1

29. studenog 2010.

1. [3 boda] Izračunajte:

(a) (1 bod)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \frac{(x+2)^2}{x+1} \right);$

(b) (1 bod)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x + \sqrt{x^2 + x}};$

(c) (1 bod)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin(2x)}{x \cos(3x)}.$

2. [4 boda]

(a) (1 bod) Napišite definiciju neprekinutosti funkcije  $f$  u točki  $x = a$ .

(b) (1 bod) Napišite definiciju derivacije funkcije  $f$  u točki  $x = a$ .

(c) (2 boda) Odredite parametar  $a$  tako da funkcija  $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x^2}$ ,  $x \neq 0$ ,  $f(0) = a$ , bude neprekinuta u točki  $x = 0$ . Ima li za takav  $a$  funkcija  $f$  derivaciju u točki  $x = 0$ ?  
Odgovore obrazložite!

3. [2 boda]

(a) (1 bod) Dokažite sljedeću tvrdnju: ako funkcija  $f$  ima derivaciju u točki  $x = a$ , onda je  $f$  neprekinuta u  $a$ .

(b) (1 bod) Dokažite da za diferencijabilne funkcije  $f$  i  $g$  vrijedi  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ .

4. [2 boda] Izračunajte  $y'$  ako je

$$y = x \operatorname{arctg}(e^{-x^2}).$$

5. [3 boda] Implicitno je zadana krivulja

$$3x^2y - 2y^3 + 2x^3 = 2.$$

(a) (1 bod) Odredite  $y'$ .

(b) (2 boda) Odredite sve točke na krivulji u kojima je tangenta na krivulju paralelna s  $x$ -osi.

6. [3 boda] Funkciju  $f(x) = \sin x + \cos x$  prikažite u obliku  $f(x) = T_4(x) + R_4(x)$ , pri čemu je  $T_4$  četvrti Taylorov polinom funkcije  $f$  u razvoju oko točke  $c = 0$ , a  $R_4$  četvrti ostatak prikazan u Lagrangeovom obliku.

7. [3 boda] Izračunajte limes u ovisnosti o parametru  $a$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cos x + a \sin x}{x^3}.$$

Vrijeme pisanja: 1h i 30 min. Nije dozvoljena uporaba računala niti priručnika.