

PRVI MEĐUISPIT IZ MATEMATIKE I

05. 04. 2006.

- (a) Skicirati u kompleksnoj ravnini sve $z \in \mathbf{C}$ koji zadovoljavaju uvjet $z^2 = |z|^2$.
(b) Skicirati u kompleksnoj ravnini sve $z \in \mathbf{C}$ koji zadovoljavaju uvjet $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z-i}\right) = 1$.
- Odrediti sve kompleksne brojeve z za koje vrijedi $\operatorname{Im}(z^2) = \sqrt{3}\operatorname{Re}(z^2)$ i $\operatorname{Re}(z^9) = -1$.

3. Odrediti inverz matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$.

- (a) Neka su \mathbf{A} i \mathbf{B} regularne matrice. Izvesti formulu u kojoj $(\mathbf{AB})^{-1}$ izražavamo preko \mathbf{A}^{-1} i \mathbf{B}^{-1} .
(b) Neka je $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Izračunati $(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{-1})^{-1}$.

5. Jesu li vektori $\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$ linearno zavisni ili linearno nezavisni? Obrazložiti odgovor!

6. U ovisnosti o realnom parametru λ riješiti sustav jednažbi

$$\begin{aligned}x + 2y + \lambda z &= 1 \\x + 3y &= 1 \\2x + \lambda y + 5z &= \lambda + 1.\end{aligned}$$

7. Zadana je matrica $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

- Odrediti svojstvene vrijednosti te matrice.
- Odrediti svojstvene vektore pridružene najvećoj svojstvenoj vrijednosti.

8. Odrediti domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{x^2-15}{x-9}\right)}$.

9. Odrediti sve $x \in [0, 2\pi]$ za koje funkcija $f(x) = 2\cos(2x) - \sqrt{3}$ poprima pozitivne vrijednosti.

10. Skicirati grafove sljedećih funkcija:

- $y = \arcsin x$
- $y = \arcsin(x + 1)$
- $y = \operatorname{arctg}x$
- $y = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}x$.

NAPOMENA: Svaki zadatak vrijedi dva boda.