

### Rješenja dodatnih zadataka iz 6.knjižice

1. Niz  $(a_n)$  ima dva gomilišta  $-3$  i  $3$ , niz  $(b_n)$  ima gomilište i limes  $0$ , niz  $(c_n)$  ima gomilišta  $-\infty$  i  $\infty$ , niz  $(d_n)$  ima gomilišta  $0$  i  $\infty$ .
2. limes ne postoji za  $k = 1$ , limes je  $0$  za  $k = 2, 3, 4, \dots$
3.  $2$
4.  $-15$
5. za  $a > \frac{1}{3}$  limes je  $-\infty$ , za  $a = \frac{1}{3}$  limes je  $-\frac{1}{3}$ , a za  $a < \frac{1}{3}$  limes je  $\infty$ .
6.  $0$
7.  $64$
8.  $1$
9.  $0$
10. za  $k = 1$  limes je  $1$ , za  $k = 2$  limes je  $\frac{1}{2}$ , a za  $k = 3, 4, \dots$  limes je  $0$ .
11.  $2$
12.  $-\frac{4}{3}$
13.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
14.  $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$
15.  $\frac{2}{3}$
16.  $1$
17.  $\frac{1}{6}$
18.  $\frac{3}{2}$
19.  $\frac{3}{2}$
20.  $2$
21.  $0$

22. 0

23.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(\frac{n}{n-1}\right)^n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{n-1} \cdot \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)} = \frac{1}{e} = e^{-1}\end{aligned}$$

24.  $e^{-1}$

25.  $\sqrt[3]{e}$

26. a) dokaz indukcijom, b) dokaz indukcijom, c)  $\lim_n a_n = 5$ .

27. za  $x < \frac{1}{2}$  niz je rastući i omeđen; za  $x = \frac{1}{2}$  to je konstantni niz; za  $x > \frac{1}{2}$  niz je padajući i omeđen; limes je  $\frac{1}{2}$ .