

4. DOMAĆA ZADAĆA IZ MATEMATIKE 1

— 2009. —

1. Matricu $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ svedi na reducirani oblik. Nakon svake transformacije odredi elementarnu matricu pomoću koje je ona dobivena množenjem slijeva. Odredi i rang ove matrice.

2. Odredi rang matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & -3 & 3 & 9 \\ -1 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. U zavisnosti o realnom parametru λ odredi rang matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & \lambda & \lambda \\ 2 & 6 & 6 & \lambda \end{bmatrix}.$$

4. U zavisnosti o realnom parametru λ odredi rang matrice

$$\begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda \end{bmatrix}.$$

5. U zavisnosti o realnom parametru λ odredi rang matrice

$$\begin{bmatrix} 1-\lambda & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2-\lambda & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3-\lambda & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4-\lambda \end{bmatrix}.$$

6. Odredi inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Odredi inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Odredi inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

9. Odredi inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

10. Odredi inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 7 & 5 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

11. Zadane su matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj $(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A})^n$ gdje je $n \in \mathbf{N}$.

12. Ako za regularne matrice $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{X} \in M_n$ vrijedi $\mathbf{A}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}$, izrazi \mathbf{X} pomoću \mathbf{A} i \mathbf{B} i njihovih inverza, te $\det \mathbf{X}$ pomoću $\det \mathbf{A}$ i $\det \mathbf{B}$. Ako je $\det \mathbf{A} = 6$ i $\det \mathbf{B} = 9$ koliko je $\det \mathbf{X}$?

13. Zadane su matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Provjeri da je \mathbf{A} regularna matrice, te potom riješi matricnu jednadžbu:

$$\mathbf{X}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}.$$

14. Zadane su matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Provjeri da su to regularne matrice, te potom riješi matricnu jednadžbu:

$$(\mathbf{A}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}\mathbf{B}.$$

15. Nađi sve matrice \mathbf{X} koje zadovoljavaju jednadžbu:

$$(\mathbf{X}^{-1}\mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{X}.$$

ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}.$$

16. Vrijedi li $(\mathbf{A}^\top)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^\top$ za svaku kvadratnu matricu \mathbf{A} ? Obrazloži!

17. Jesu li vektori $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ linearno nezavisni?

18. Jesu li vektori $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ linearno nezavisni?

19. Jesu li vektori $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 11 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ linearno nezavisni?

20. Za koji a su vektori $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 9 \\ a \end{bmatrix}$ linearno nezavisni?

student	zadaci				student	zadaci			
1.	4	9	15	18	2.	5	10	12	17
3.	2	6	11	16	4.	2	10	13	20
5.	5	9	13	20	6.	2	8	11	16
7.	3	8	12	18	8.	4	6	15	18
9.	4	8	15	18	10.	2	6	15	17
11.	2	10	15	18	12.	4	7	14	19
13.	5	6	14	19	14.	2	9	14	18
15.	3	8	13	20	16.	3	9	12	16
17.	1	6	13	19	18.	3	9	15	18
19.	2	9	13	19	20.	3	10	12	16
21.	5	7	15	18	22.	5	9	14	19
23.	1	6	14	17	24.	2	7	14	17
25.	3	7	14	18	26.	4	7	11	16
27.	4	9	12	17	28.	1	9	11	16
29.	1	10	13	19	30.	3	7	13	19
31.	4	10	15	18	32.	2	9	12	16
33.	1	8	14	17	34.	3	9	13	20
35.	4	7	15	18	36.	4	10	12	17
37.	5	6	11	17	38.	5	8	11	17
39.	2	7	13	19	40.	3	8	11	16
41.	5	7	11	17	42.	5	9	12	17
43.	1	7	12	20	44.	3	7	11	16
45.	1	8	12	19	46.	1	9	15	17
47.	2	7	12	20	48.	3	10	14	19
49.	5	10	13	20	50.	3	6	13	19
51.	4	8	11	17	52.	4	6	14	19
53.	1	7	15	17	54.	1	8	11	16
55.	3	10	15	18	56.	4	9	13	19
57.	1	10	12	16	58.	3	8	14	19
59.	5	6	15	18	60.	5	10	12	17
61.	1	6	12	20	62.	2	7	11	16
63.	3	6	14	18	64.	4	9	14	20
65.	2	6	12	20	66.	4	6	11	16
67.	4	10	14	20	68.	5	7	13	20
69.	5	10	15	19	70.	1	7	11	16
71.	2	8	13	20	72.	4	8	13	20
73.	2	10	12	16	74.	1	10	14	17
75.	5	8	15	18	76.	1	6	11	16
77.	2	8	15	18	78.	5	8	14	19
79.	1	9	13	20	80.	3	6	11	16