

Druga školska zadaća iz Matematike 1, grupe 2 i 6

8.11.2010.

Grupa A

1. [3 boda] Izračunajte limes u ovisnosti o realnom broju a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \frac{(n+2)^4}{(n+a)^2} \right).$$

2. [4 boda] Zadan je niz (slijed) realnih brojeva (a_n) sa

$$a_1 = \sqrt{3}, \quad a_2 = \sqrt{3 + \sqrt{3}}, \quad \dots, \quad a_n = \underbrace{\sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{3}}}}}_{n \text{ korijena}}, \dots$$

- a) Dokažite da je (a_n) monoton niz.
b) Dokažite da je (a_n) omeđen.
c) Koristeći a) i b) objasnite zašto je (a_n) konvergentan.
d) Uz pomoć tvrdnje iz c) izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
3. [3 boda] Izračunajte

a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \operatorname{th} \frac{1}{2-x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} x}{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{arcsin} \frac{1}{x}$

Druga školska zadaća iz Matematike 1, grupe 2 i 6

8.11.2010.

Grupa B

1. [3 boda] Izračunajte limes u ovisnosti o realnom broju a :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \frac{(n+1)^5}{(n+a)^3} \right).$$

2. [4 boda] Zadan je niz (slijed) realnih brojeva (a_n) sa

$$a_1 = \sqrt{5}, \quad a_2 = \sqrt{5 + \sqrt{5}}, \dots, \quad a_n = \underbrace{\sqrt{5 + \sqrt{5 + \sqrt{5 + \dots + \sqrt{5}}}}}_{n \text{ korijena}}, \dots$$

- a) Dokažite da je (a_n) monoton niz.
b) Dokažite da je (a_n) omeđen.
c) Koristeći a) i b) objasnite zašto je (a_n) konvergentan.
d) Uz pomoć tvrdnje iz c) izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
3. [3 boda] Izračunajte

a) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \operatorname{th}(2x)}{2x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$