

Test iz elementarne matematike; ponavljanje srednjoškolskog gradiva

1. U skupu realnih brojeva riješi jednadžbu

$$2x + 1 - \sqrt{2 - x^2} = 0.$$

2. Nadjite sve parove realnih brojeva  $(x, y)$  koji zadovoljavaju sustav jednadžbi

$$2xy - y^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 2.$$

3. U skupu realnih brojeva riješite sljedeće nejednadžbe

$$a) \frac{1}{7-3x} \geq 2, \quad b) \frac{4-x^2}{\sqrt{x+1}} > 0, \quad c) x^3 + x^2 - 30x \geq 0, \quad d) \log_2^2 x \geq 9.$$

4. Nadjite sva rješenja jednadžbe  $4 \cos(2x) = \sin(4x)$  u intervalu  $[0, 2\pi)$ .

5. a) Zadana je funkcija  $f$ ,  $f(x) = 1 - x^2$ . Skicirajte krivulje  $y = f(x)$  i  $y = |f(x)|$ .

b) Nadjite jednadžbu krivulje koja nastaje zrcaljenjem krivulje  $y = 1 - x^2$  s obzirom na os  $x$ .

6. Nadjite jednadžbu krivulje koja nastaje horizontalnom translacijom krivulje  $y = x^3$  za 2 u lijevo. Nacrtajte obje krivulje.

7. Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama  $y = |3x - 5| + |3x + 5|$  i  $y = 18$ .

8. Izračunajte površinu lika određenog s  $x^2 + y^2 \leq 2y + 1$  koji se nalazi u prvom kvadrantu.

9. Za svaku od sljedećih funkcija  $f$  ispitajte ima li inverznu funkciju  $f^{-1}$ :

a)  $f : \mathbf{R} \rightarrow [0, \infty)$ ,  $f(x) = x^4$ ,

b)  $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$ ,

c)  $f : [0, 2\pi) \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \sin x$ .

Skicirajte kvalitativne grafove gornjih funkcija, te inverznih funkcija, u onim slučajevima kada one postoje.

10. Ako je  $f(x) = \frac{2\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x-1}}$ , izračunajte  $f^{-1}(x)$ .

11. U skupu realnih brojeva riješite jednadžbu  $e^{\ln x} - e^{-\ln x} = \frac{3}{2}$ .

12. Žicom duljine  $1 \text{ km}$  treba ograditi pravokutno zemljište koje s jedne strane ima ravni zid (žicu je potrebno koristiti za preostale tri stranice), tako da površina tog zemljišta bude najveća moguća. Kolika je površina tako ogradenog zemljišta ?