

Zadaci za dodatnu vježbu (gradivo 8.knjžice):

Odrediti derivacije sljedećih funkcija:

1. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x^3}$,
2. $f(x) = x^2 \cdot e^x$,
3. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$,
4. $f(x) = x \cdot e^x \cdot \sin x$,
5. $f(x) = \frac{x \cdot \cos x}{x^2 + 1}$,
6. $f(x) = (x^2 + 1)^{10}$,
7. $f(x) = \operatorname{th}(4x)$,
8. $f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$,
9. $f(x) = \operatorname{cth}\frac{x}{2x+1}$,
10. $f(x) = \operatorname{tg}^3(2x)$,
11. $f(x) = e^{-\sin(2x)}$,
12. $f(x) = x^2 \cdot 2^{-x}$,
13. $f(x) = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg}\frac{1}{x}$,
14. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$,
15. $f(x) = \frac{\operatorname{ctg}(3x)}{x}$,
16. $f(x) = x^3 \cdot \sin^2(4x)$,
17. $f(x) = x \cdot \ln(x \cdot \operatorname{ch}x)$,
18. $f(x) = x^3 \cdot \operatorname{arsh}(e^{-2x})$,
19. $f(x) = e^{-x} \cdot \cos^3(2x)$,
20. $f(x) = \frac{x \cdot e^{-x}}{\sqrt{x^2+x+1}}$,
21. $f(x) = (\sqrt{x})^x$,
22. $f(x) = x^x + \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^x$.

Odrediti drugu derivaciju funkcije

23. $f(x) = \operatorname{arth}\frac{1}{x}$.
24. $f(x) = \cos(\operatorname{arctg}x)$.

Odrediti n -tu derivaciju funkcije

25. $f(x) = \ln(ax + b)$.

Odrediti derivaciju $y'(x)$ funkcije $y = y(x)$ zadane implicitno jednadžbom:

26. $x^4y + xy^4 = 2$.

Odrediti prvu i drugu derivaciju, $y'(x)$ i $y''(x)$, funkcije $y = y(x)$ zadane implicitno jednadžbom:

27. $\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$.

Odrediti prvu i drugu derivaciju, $y'(x)$ i $y''(x)$, funkcije $y = y(x)$ u točki $T(1, 1)$ ako je:

28. $x^5 + y^5 = 2xy$.

Odrediti prvu, drugu i treću derivaciju $y'(x)$, $y''(x)$ i $y'''(x)$, funkcije $y = y(x)$ zadane parametarski :

29. $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$.

Naći jednadžbu tangente na krivulju:

30. $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$ u ishodištu koordinatnog sustava.

31. $f(x) = \ln(3x)$ u točki sjecišta s osi x .

32. $y^4 = 4x^4 + 6xy$ u točki $(1, 2)$.

33. $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ (astroida) u točki $(\frac{1}{8}, \frac{3\sqrt{3}}{8})$.

Naći jednadžbu normale na krivulju

34. $y^4 = 4x^4 + 6xy$ u točki $(1, 2)$.

35. Pod kojim se kutom sijeku krivulje $y = (x - 2)^2$ i $y = -4 + 6x - x^2$?

36. Naći jednadžbu tangente na krivulju $y = \sqrt{x^2 + 4}$ paralelne s pravcem $2y = x - 1$.

37. Naći jednadžbu sinusoida kojoj su 0, 1 i 2 susjedne nul-točke, a tangenta na nju u ishodištu zatvara kut od 60° u odnosu na os x .

38. Naći jednadžbu parabole s tjemnom u točki $(0, -1)$ za koju vrijedi da u točki njenog presjeka s pozitivnom poluosi x tangenta na nju zatvara kut od 60° u odnosu na os x .

39. Za koju vrijednost parametra a krivulja $y = a \cdot x^4$ tangira pravac $y = x - 1$?

40. Naći jednadžbu tangente povučene iz točke $(6, 0)$ na krivulju $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

41. Na krivulji $y = \sqrt{x^2 + 1}$ naći točku najbližu točki $(4, 0)$.

Naputak: Iz točke $(4, 0)$ povući normalu na krivulju i naći točku presjeka s krivuljom.

42. Dokazati da odsječak tangente na krivulju $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ (astroida) između koordinatnih osi ima konstantu duljinu.