

Rješenja kratke provjere znanja za grupe 2,4,6,8,10

Grupa A

Zadatak 1. $(z-i)^6 + 64 = 0 \Rightarrow (z-i)^6 = -64 \Rightarrow z-i = 2\sqrt[6]{-1} \Rightarrow z-i = 2(\cos \frac{\pi+2k\pi}{6} + i \sin \frac{\pi+2k\pi}{6})$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Uvrštavajući redom vrijednosti od k i prebacivanjem i na drugu stranu dobivamo:

$$z_1 = \sqrt{3} + 2i$$

$$z_2 = 3i$$

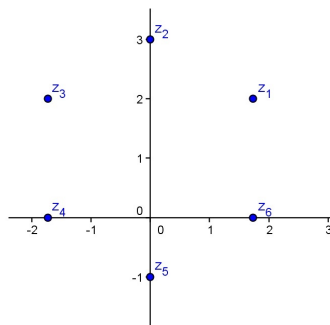
$$z_3 = -\sqrt{3} + 2i$$

$$z_4 = -\sqrt{3}$$

$$z_5 = -i$$

$$z_6 = \sqrt{3}$$

Grafički prikaz rješenja je dan donjom slikom:



Zadatak 2. a) $\frac{3x-1}{x+2} \xrightarrow{3 \text{ udesno}} \frac{3x-10}{x-1} \xrightarrow{3 \text{ dolje}} \frac{-7}{x-1} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} \frac{-7}{-x-1} = \frac{7}{x+1}$.

b) $(h \circ g)(x) = \arccos \sqrt{\frac{7}{x+1}}$. Izraz ima smisla za x -eve koji zadovoljavaju sljedeća dva uvjeta: $x \neq -1$ i $0 \leq \frac{7}{x+1} \leq 1$. Nakon što se riješi ova nejednadžba dobiva se $D(h \circ g) = [6, +\infty)$.

Zadatak 3. a) $\text{sh}(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

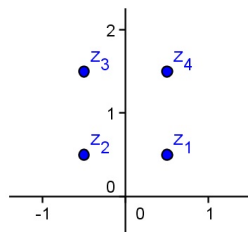
b) $3 \text{sh}(\ln(x)) = x \Rightarrow \frac{3}{2}(x - \frac{1}{x}) = x \Rightarrow x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Međutim, $x = -\sqrt{3}$ nije rješenje jednadžbe jer zbog funkcije $x \mapsto \ln(x)$ gledamo $x > 0$.

Grupa B

Zadatak 1. $(z-i)^{-4} + 4 = 0 \Rightarrow (z-i)^4 = -\frac{1}{4} \Rightarrow z-i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt[4]{-1} \Rightarrow z-i = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \frac{\pi+2k\pi}{4} + i \sin \frac{\pi+2k\pi}{4}), k = 0, 1, 2, 3$. Uvrštavajući redom vrijednosti od k i sređivanjem izraza dobivamo:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{1}{2} + i\frac{1}{2} \\ z_2 &= -\frac{1}{2} + i\frac{1}{2} \\ z_3 &= -\frac{1}{2} + i\frac{3}{2} \\ z_4 &= \frac{1}{2} + i\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Grafički prikaz rješenja je dan donjom slikom:



Zadatak 2. a) $\frac{2x+1}{x-3} \xrightarrow{\text{zrcaljenje}} -\frac{2x+1}{x-3} \xrightarrow{\text{ulijevo}} -\frac{2x+5}{x-1} \xrightarrow{\text{gore}} \frac{-7}{x-1}$.

b) $(h \circ g)(x) = \sqrt{\arcsin \frac{-7}{x-1}}$. Izraz ima smisla za x -eve koji zadovoljavaju sljedeća dva uvjeta: $x \neq 1$ i $0 \leq \frac{-7}{x-1} \leq 1$. Nakon što se riješi ova nejednadžba dobiva se $D(h \circ g) = \langle -\infty, -6 \rangle$.

Zadatak 3. a) $\text{ch}(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $\text{ch}(\ln(x)) = \frac{5}{2}x \Rightarrow \frac{1}{2}(x + \frac{1}{x}) = \frac{5}{2}x \Rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$. Međutim, $x = -\frac{1}{2}$ nije rješenje jednadžbe jer zbog funkcije $x \mapsto \ln(x)$ gledamo $x > 0$.