

Rješenja 1. domaće zadaće iz Matematike 1

1. a) tablica istinitosti , b) tablica istinitosti

2. tablica istinitosti, rješenje je $A \vee B$

3. a) T , b) F , c) F , d) T , e) F

4. $\neg A$ je T

5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, Napomena: U knjižici (za razliku od web-a) je skup A zadan na način $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (\exists y \in \mathbb{Z}) |x| + |y| = 5\}$. U ovom slučaju je

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27\}$$

6. a) surjektivna NE, injektivna DA// surjektivna DA, injektivna NE//
bijektivna DA

$$\text{b) DA, npr. } f(k) = \begin{cases} 2k, k > 0 \\ 1, k = 0 \\ -2k + 1, k < 0 \end{cases}$$

8. a) nije bijektivna , b) nije bijektivna

9. Neka su $f: A \rightarrow B$ i $g: B \rightarrow C$ bijektivne. Uzmimo $x, y \in A$, $x \neq y$, tada, jer je f injektivna, slijedi $f(x) \neq f(y)$. Nadalje, jer je g injektivna, imamo $g(f(x)) \neq g(f(y))$. Iz ovoga zaključujemo da je $g \circ f$ injektivna. Uzmimo sada $z \in C$. Kako je g surjektivna, slijedi da $\exists y \in B$ takav da $g(y) = z$. Iz surjektivnosti funkcije f slijedi da $\exists x \in A$ takav da je $f(x) = y$, no tada je $g(f(x)) = z$. Dakle, $g \circ f$ je surjektivna, a onda i bijektivna.

10. simetrična DA, refleksivna DA, tranzitivna NE
11. mat. indukcija
12. mat. indukcija
13. mat. indukcija
14. mat. indukcija
15. mat. indukcija
16. a) $z = \sqrt[4]{2}(\operatorname{cis}(\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4})), k = 0, 1, \dots, 7$
 b) $z = \operatorname{cis}(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}), k = 0, 1, 2, 3$
 c) $z = 4\operatorname{cis}(\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3}), k = 0, 1, 2$
17. a) zrake $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}$, b) kružnica $r = 1, S(-2, 0)$, c) presjek kružnice i
 zrake $\frac{5\pi}{6}$ je točka $(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
18. $z_{1,2} = \pm i, z_{3,4,5,6} = \operatorname{cis}(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}), k = 0, 1, 2, 3$
19. $z_{1,2,3,4} = \sqrt[4]{2}\operatorname{cis}(\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}), z_{5,6,7,8} = \sqrt[4]{2}\operatorname{cis}(\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}), k = 0, 1, 2, 3$
20. $z = \sqrt[8]{3}\operatorname{cis}(\frac{11\pi}{6})$