Matematika 1 - ponavljanje gradiva; odgovori na pitanja:

1. (a) $\binom{12}{8} = 495$
   (b) $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$
2. Kružnica $x^2 + (y+1)^2 = 1$, t.j. kružnica sa središtem u točki $(0, -1)$ i s polumjerom 1.
3. $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}) + i\sin(\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}))$, $k = 0, 1, 2, 3$.
4. Matrica $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ je inverz matrice $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, jer je njihov umnožak jednak jediničnoj matrici.
5. (a) $\mathbf{X} = \mathbf{A}^2\mathbf{B}^2\mathbf{C}\mathbf{B}^{-1}$ (pazite; množenje matrica nije komutativno).
   (b) $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$ (dokaz nije napisan).
6. (a) $\det \mathbf{A} = 0$.
   (b) Za takvu matricu $\mathbf{A}$, sustav $\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b}$, ima ili beskonačno rješenja ili ih nema; i to ima rješenja ako i samo ako je rang matrice $\mathbf{A}$ jednak rangu proširene matrice $\mathbf{A}|\mathbf{b}$.
7. (a) Niz (a_n), zadan s : $a_1 = 0$, $a_{n+1} = \frac{a_n+3}{5}$, $n \in \mathbf{N}$, je rastući i omedjen (dokaz indukcijom), te je zato konvergentan, tj. postoji $L \in \mathbf{R}$ takav da je $L = \lim_n a_n$.
   $\lim_n a_n = \frac{3}{4}$
   (b) Niz $b_n = \frac{(-1)^n}{n}$ je konvergentan, a nije monoton.
8. (a) $a = 2$
   (b) $a = 1$
9.
10. (a) Jest; $f'(1) = 2$.
    (b) Jest; $g'(0) = 1$.
11. $y' = \frac{-y^4 - 3x^2y}{x^3 + 4xy^3}$.
12. Koristeći pravilo za derivaciju kompozicije funkcija, imamo

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx},$$

a korištenjem pravila za derivaciju inverzne funkcije

$$y' = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}.$$

13. $y = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \sin(\pi x)$

14. $(\ln 2, 2)$

15. $P_{MAX} = \frac{4}{3\sqrt{3}}$

16. $\mathrm{e}^x \approx \sum_{k=0}^{10} \frac{x^k}{k!}$; pogreška aproksimacije na intervalu $[-1, 1]$ je manja od $\frac{1}{11!}$, pa je manja od 10^{-7}.

17. $y = x + \frac{1}{\mathrm{e}}$

18. $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; f je strogo padajuća na $(-\infty, 0)$ i na $(0, \infty)$; $\lim_{x\to\pm\infty} \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} = 0$; $\lim_{x\to 0-} \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} = 0$; $\lim_{x\to 0+} \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} = \infty$.

19. $D(f) = \mathbf{R}$; $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; f je strogo padajuća na $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ i na $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty)$, a strogo rastuća na $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$; f je strogo konkavna na $(-\infty, -\sqrt{\frac{3}{2}})$ i na $(0, \sqrt{\frac{3}{2}})$, a strogo konveksna na $(-\sqrt{\frac{3}{2}}, 0)$ i na $(\sqrt{\frac{3}{2}}, \infty)$.

20. vidi knjižica 11.

21. $P = \frac{32\sqrt{2}}{5}$

22. $\frac{1}{2}(1 - 17\mathrm{e}^{-16})$ (supst. $x^2 = t$ i parcijalna integracija)

23. $\frac{7\sqrt{2}}{120}$ (supst. $\sin x = t$)

24. $\frac{1}{x^3+x^2+x+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$ ...