

PONOVLJENI ZAVRŠNI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

2.2.2010.

PITANJA IZ TREĆE CJELINE GRADIVA

1. [3 boda] U elipsu $x^2 + 2y^2 = 2$ upiši pravokutni trokut maksimalne površine, uz uvjet da su katete trokuta paralelne koordinatnim osima. Dokaži da se radi o maksimumu.

2. [3 boda] Odredi područje definicije, ispitaј ponašanje na rubu područja definicije, intervale monotonosti, lokalne ekstreme, asimptote, te nacrtaj kvalitativni graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}.$$

3. [2 boda] Izračunaj

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cdot \cos^3 x dx.$$

4. [2 boda] Izračunaj

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+8\cos^2 x}.$$

5. [3 boda] Izračunaj

$$\int \frac{dx}{x \ln^3 x + 4x \ln x}.$$

6. [2 boda] Ispitaј konvergenciju integrala

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4+1}}.$$

7. [3 boda] Izračunaj

$$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \sin(3x) dx.$$

8. [2 boda] Pomoću integralnog računa dokaži da je volumen kugle polumjera R jednak $\frac{4}{3}R^3\pi$.

PITANJA IZ CIJELOG GRADIVA

9. [3 boda] Odredi i skiciraj u kompleksnoj ravnini sve $z \in \mathbf{C}$ koji zadovoljavaju jednadžbu $z^6 - 7iz^3 + 8 = 0$.

10. [2 boda] Zadane su matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Riješi sustav jednadžbi $\mathbf{X} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}$.

11. [2 boda] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2(3x)}{x \cdot \ln(1 + 2x)}.$$

12. [3 boda] Funkciju $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ napiši u obliku $f(x) = T_3(x) + R_3(x)$, gdje je $T_3(x)$ treći Taylorov polinom funkcije $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ u razvoju oko točke $x_0 = 0$, a $R_3(x)$ je treći ostatak u Lagrangeovom obliku.

13. [3 boda] Odredi minimalnu i maksimalnu vrijednost funkcije

$$f(x) = 2x + 3 \cdot \sqrt[3]{(2x - 9)^2}$$

na intervalu $[0, 5]$. Nađi sve vrijednosti argumenata x za koje se postižu ekstremi.

14. [2 boda] Izračunaj površinu lika omeđenog krivuljama $x = y^2$ i $x = -y^2 + 2$.

Vrijeme pisanja je 150 minuta.

Dozvoljeno je korištenje samo službenog podsjetnika.