

### Dodatni zadatci za vježbu (gradivo 9.knjižice)

1. Izračunajte približnu vrijednost od  $\sqrt{26}$  pomoću
  - (a) diferencijala u točki 25,
  - (b) drugog Taylorovog polinoma u razvoju oko točke  $x = 25$ ,
  - (c) trećeg Taylorovog polinoma u razvoju oko točke  $x = 25$ .
2. Funkciju  $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$  napišite u formi  $f(x) = T_6(x) + R_6(x)$ , pri čemu je  $T_6$  šesti Taylorov polinom u razvoju oko točke 0, a  $R_6$  ostatak u Lagrangeovom obliku.
3. Koristeći Taylorovu formulu funkciju  $f(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1$  napišite kao polinom u  $(x - 1)$ .

U sljedećim zadacima primijenjujemo L'Hospitalovo pravilo (limesi su oblika  $\left(\frac{0}{0}\right)$  ili  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ ):

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^n x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n \ln^{n-1} x}{x} = \dots = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n!}{x} = 0.$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{th} x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} = 1$
6.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos(2x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{1}{\operatorname{tg} x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}}{-2 \sin(2x)} = -1$
7.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg}(3x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{3}{\cos^2(3x)}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{3} \cdot \frac{\cos^2(3x)}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\cos(3x)}{\cos x}\right)^2 =$   
 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-3 \sin(3x)}{\sin x}\right)^2 = 3$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{\operatorname{tg} x}{x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{\operatorname{tg} x} \cdot (\operatorname{tg} x - x / \cos^2 x)}{2x} =$
9.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$

Izračunajte limes u zavisnosti o parametru  $a$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \cos x - a \cdot \operatorname{sh} x}{x^3}$$

11. Možemo li primijeniti L'Hospitalovo pravilo na računanje limesa  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x}$ ?  
Izračunajte taj limes !

Izračunajte

12.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x$
13.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x \cdot \ln(x - 1)$
14.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{arctg} x$

Izračunajte

15.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$
16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$
17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$
18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Odredite kosu asimptotu (kose asimptote) krivulje

19.  $y = x \cdot 2^{\frac{1}{x}}$
20.  $y = x \cdot e^{\frac{x}{x+1}}$
21.  $y = x \cdot \operatorname{arctg}(2x)$
22.  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$
23.  $y = \sqrt[3]{x^3 + x^2 + x + 1}$
24.  $y = \frac{x^2 + 2x}{x + \sqrt{x^2 + 5x + 10}}$
25. Odredite za koju vrijednost parametra  $a$  krivulja

$$y = \frac{(\sqrt{x} + a)^3}{\sqrt{x} + 2}$$

ima desnu kosu asimptotu i, za takav  $a$ , nadjite tu asimptotu.

Odredite sve asimptote krivulje

26.  $y = \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^2 - x}$
27.  $y = \frac{1}{x-2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$