

# Ponovljeni završni ispit iz Matematike 1

4. veljače 2008.

## Pitanja iz 3. ciklusa

1. (2 boda) S pomoću Taylorove formule prikazati polinom

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

kao polinom u potencijama  $(x - 3)$ .

2. (3 boda) Koliko je minimalno oplošje valjka (bez gornje baze) ako mu je obujam (volumen)  $8\pi$ ?

3. (3 boda) Naći područje definicije, lokalne ekstreme, područja monotonosti i asimptote, te skicirati kvalitativni graf funkcije

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$$

4. (2 boda) Izračunati integral

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx.$$

5. (2 boda) Izračunati integral

$$\int_0^2 x^3 e^{-x^2} \, dx.$$

6. (2 boda) Izračunati integral

$$\int \frac{x^4 \, dx}{x^2 + 1}.$$

7. (2 boda) Izračunati integral

$$\int \frac{2x + 4}{x(x^2 + 2x + 2)} \, dx.$$

8. (2 boda) Izračunati integral

$$\int_{\frac{2}{\pi}}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \, dx.$$

9. (2 boda) Naći ploštinu lika kojeg u prvom kvadrantu omeđuju krivulje  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2$  i pravac  $y = 2$ .

## Pitanja iz cijelog gradiva

10. (3 boda) Neka je  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ :
- Prikazati  $z$  u trigonometrijskom obliku.
  - Izračunati  $z^5$ .
  - Naći onu vrijednost  $\sqrt[4]{z}$  koja se nalazi u trećem kvadrantu.

**Napomena:** Vrijednost trigonometrijskih funkcija treba izračunati.

11. (3 boda) Riješiti matricnu jednadžbu

$$\mathbf{XA}^{-1} = \mathbf{B}^{-1},$$

gdje su  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  i  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

12. (3 boda)
- Napisati pravilo za derivaciju inverzne funkcije.
  - Služeći se tim pravilom izvesti derivaciju funkcije  $y = \arcsin x$ .
  - Služeći se L'Hospitalovim pravilom izračunati

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}.$$

13. (3 boda)
- Naći jednadžbu tangente na krivulju  $y = \ln x$  koja je usporedna (paralelna) s pravcem koji prolazi kroz točke zadane krivulje s apscisama  $x = 1$  i  $x = e^2$ .
  - Iskazati Lagrangeov stavak (teorem) srednje vrijednosti diferencijalnog računa. Geometrijski interpretirati iskazani stavak.

14. (3 boda)
- Dokazati formulu za parcijalnu integraciju.
  - Izračunati  $\int x \ln x \, dx$ .

Vrijeme pisanja je **2h 30min**. Nije dozvoljena uporaba računala niti priručnika.