

2. međuispit iz Matematike 1

26. studenog 2008.

1. (2 boda) Izračunajte

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \dots + (-1)^n \left(\frac{2}{3}\right)^n \right)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 3^2 + \dots + 3^n}{1 + 3^{n+1}}$

2. (2 boda) Izračunajte

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sin x}{3x^2 + 1}$.

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x + 1} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

3. (2 boda) Odredite parametar a tako da funkcija f definirana s $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & x < 1 \\ ax - 1, & x \geq 1 \end{cases}$ bude neprekinuta.

4. (4 boda)

a) Zadana je $f(x) = |x - 1|$. Koristeći definiciju obrazložite postoji li $f'(1)$.

b) Izvedite pomoću definicije derivaciju funkcije $g(x) = e^{2x+1}$, te koristeći formulu za derivaciju inverzne funkcije izvedite derivaciju inverza od g .

5. (2 boda) Nađite jednadžbu tangente na krivulju $C \dots \begin{cases} x = 2t^3 + 2t^2 \\ y = t^3 - t \end{cases}$ paralelnu s pravcem $x - 2y - 1 = 0$.

6. (2 boda) Izračunajte y' u točki $(1, 1)$ ako je $y = y(x)$ zadana implicitno s

$$x^y + e^{x-1} = \sqrt{y} + 1.$$

7. (3 boda) Funkciju $f(x) = \ln(1 + x)$ napišite u obliku $f(x) = T_4(x) + R_4(x)$, gdje je T_4 četvrti Taylorov polinom u razvoju funkcije f oko točke $c = 0$, a $R_4(x)$ ostatak u Lagrangeovom obliku.

8. (3 boda) Nađite desnu kosu asimptotu krivulje $y = x \operatorname{arctg}(2x)$.