

# Prvi međuispit iz Matematike 1

12. listopada 2007.

1. (2 boda) Naći tablicu istinitosti za formule:

a)  $(x \vee y) \Rightarrow y$ ,  
b)  $(x \wedge (x \Rightarrow y)) \Rightarrow y$ .

2. (2 boda) Naći sve  $z \in \mathbb{C}$  koji zadovoljavaju

$$z^4 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^5 - i$$

i za koje vrijedi  $\operatorname{Re} z > 0$  i  $\operatorname{Im} z < 0$ .

3. (2 boda) S pomoću matematičke indukcije izračunati  $\mathbf{A}^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , ako je:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. (2 boda) Naći matricu  $\mathbf{X}$  za koju vrijedi

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{X}\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{B}\mathbf{A},$$

ako je  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  i  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ .

5. (2 boda) Izračunati determinantu:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

6. (2 boda) Izračunati s pomoću elementarnih transformacija (Gaussov algoritmom) matricu  $\mathbf{A}^{-1}$  ako je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

7. (2 boda) Po Cramerovom pravilu naći vrijednost nepoznanice  $z$  u sustavu:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 3 \\ x + 4y + 2z = 5 \\ 3x + 7y - 4z = 0, \end{cases}$$

a zatim naći bilo kojim načinom  $x$  i  $y$ .

8. (3 boda) U ovisnosti o realnom parametru  $\lambda$  riješiti sustav:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + (\lambda + 1)y + 2z = 1 \\ x + 2y + (4\lambda + 1)z = 2 \end{cases}$$

9. (3 boda) a) Definirati svojstvene/vlastite vrijednosti i svojstvene/vlastite vektore matrice  $\mathbf{A}$ .  
b) Naći svojstvene/vlastite vrijednosti i svojstvene/vlastite vektore za matricu

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Vrijeme pisanja je **1h 30min**. Nije dozvoljena uporaba računala niti priručnika.