

1. međuispit iz Matematike 1

15. listopada 2008.

1. (2 boda)

- a) (1 bod) Napisati definicijsku formulu za binomni koeficijent $\binom{n}{k}$.
b) (1 bod) Napisati binomnu formulu (binomni poučak).

2. (2 boda) Naći sve $z \in \mathbb{C}$ koji zadovoljavaju oba uvjeta:

$$|z + 2 + i| = 1, \quad |z + 2 - i| = 3.$$

3. (3 boda) Skicirati grafove funkcija:

- a) (1 bod) $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2}) - 2 \cos x$,
b) (1 bod) $g(x) = e^x + e^{-x}$,
c) (1 bod) $h(x) = |\ln x|$.

Napomena: Napisati koordinate sjecišta s koordinatnim osima, te minimuma i maksimuma (ako postoje).

4. (4 boda)

- a) (1 bod) Dokazati: ako determinanta ima dva ista retka, tada je ona jednaka nuli.
b) (1 bod) Koristeći tvrdnju pod a), dokazati: ako nekom retku determinante dodamo neki drugi redak pomnožen skalarom, onda se vrijednost determinante neće promijeniti.
c) (2 boda) Izračunati:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

5. (2 boda) Neka su \mathbf{A} i \mathbf{B} kvadratne matrice takve da je $\mathbf{AB} + \mathbf{A} = \mathbf{I}$.

- a) (1 bod) Dokazati da je \mathbf{A} regularna.
b) (1 bod) Izračunati \mathbf{A}^{-1} ako je $\mathbf{B} = (b_{ij}) \in \mathcal{M}_3$ zadana općim elementom $b_{ij} = i + j$.

6. (2 boda) Izračunati inverz matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

7. (3 boda) Riješiti sustav jednačbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x - 2y + (1 - 2\lambda)z = 2 \\ x - y + (1 - \lambda)z = 1 \\ \lambda y + 9z = 3 \end{cases}$$

8. (2 boda) Naći svojstvene/vlastite vrijednosti matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 0 \\ -6 & 6 & 0 \\ -7 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Naći i svojstvene/vlastite vektore koji odgovaraju najvećoj svojstvenoj vrijednosti.

Vrijeme pisanja je **1h 30min**. Nije dozvoljena uporaba računala niti priručnika.