

Grupa A

- (1) [3 boda] a) (2 boda) Matematičkom indukcijom dokažite da za sve realne brojeve $x \neq -1$ i sve prirodne brojeve n vrijedi

$$1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^{n-1}x^{n-1} = \frac{1 + (-1)^{n-1}x^n}{1 + x}.$$

- b) (1 bod) Izračunajte sve vrijednosti $\sqrt[3]{-i}$ i skicirajte ih u Gaussovoj ravnini.
- (2) [2 boda] Definirajte funkciju $y = \operatorname{sh} x$ i skicirajte njezin graf funkcije. Na temelju toga izračunajte $y = \operatorname{ar sh} x$ pomoću funkcije \ln .
- (3) [3 boda] a) (1 bod) Zadana je kvadratna matrica A reda 2 s vrijednostima $(A)_{11} = 2$, $(A)_{12} = -1$, $(A)_{21} = 1$, $(A)_{22} = 0$. Izračunaj $f(A)$ ako je $f(x) = x^2 + 2x + 3$.
- b) (2 boda) Dokaži da za svake dvije ulančane matrice A i B vrijedi $(AB)^\top = B^\top A^\top$.
- (4) [2 boda] Zadane su matrice

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & b \\ 0 & -b & 0 \\ c & 0 & -a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) (1 bod) Izračunajte $\det A$ i $\det B$.
- (b) (1 bod) Izračunajte $\det(A^2 B^7)$.

Grupa B

- (1) [3 boda] a) (2 boda) Matematičkom indukcijom dokažite da za sve realne brojeve φ i sve prirodne brojeve n vrijedi DeMoivreova formula:

$$(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi.$$

- b) (1 bod) Izračunajte sve vrijednosti $\sqrt[4]{-1}$ i skicirajte ih u Gaussovoj ravnini.
- (2) [2 boda] Definirajte funkciju $y = \operatorname{th} x$ i skicirajte njezin graf funkcije. Na temelju toga izračunajte $y = \operatorname{ar th} x$ pomoću funkcije \ln .
- (3) [3 boda] a) (1 bod) Zadana je kvadratna matrica A reda 2 s vrijednostima $(A)_{11} = -1$, $(A)_{12} = 2$, $(A)_{21} = 1$, $(A)_{22} = 1$. Izračunaj $f(A)$ ako je $f(x) = x^2 - 2x + 5$.
- b) (2 boda) Dokaži da ako su A i B matrice istoga tipa, te obje ulančane s matricom C , onda vrijedi $(A + B)C = AC + BC$.
- (4) [2 boda] Zadane su matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a & c \\ b & 0 & 0 \\ 0 & c & -a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) (1 bod) Izračunajte $\det A$ i $\det B$.
- (b) (1 bod) Izračunajte $\det(AB^5 A)$.