

# ZAVRŠNI ISPIT IZ MATEMATIKE 1

31.01.2007.

## PITANJA IZ 3. CIKLUSA NASTAVE

1. **(2 boda)** Odrediti maksimalnu vrijednost funkcije  $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{1-x^2}$ .
2. (a) **(1 bod)** Skicirati krivulju  $y = e^{-x^2}$ .  
(b) **(2 boda)** Naći točke infleksije (pregiba), te područja konveksnosti i konkavnosti krivulje  $y = e^{-x^2}$ .
3. **(3 boda)** Naći područje definicije, ispitati ponašanje na rubu područja definicije, naći asimptote i lokalne ekstreme, te nacrtati kvalitativni graf funkcije

$$f(x) = \frac{x}{\ln x} .$$

4. **(2 boda)** Izračunati

$$\int \frac{x^2 dx}{x^2 + x + 1} .$$

5. **(2 boda)** Izračunati

$$\int \frac{2 \sin x + \cos x}{\cos x} dx .$$

6. **(2 boda)** Izračunati

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx .$$

7. **(2 boda)** Izračunati

$$\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx .$$

8. **(2 boda)** Izračunati ploštinu lika omeđenog krivuljama  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{12-3x}$  i osi  $x$ .

9. **(2 boda)** Izračunati duljinu luka krivulje  $y = \ln(\sin x)$  od točke s apscisom  $x = \frac{\pi}{3}$  do točke s apscisom  $x = \frac{\pi}{2}$ .

## PITANJA IZ CIJELOG GRADIVA

10. (a) **(1 bod)** Skicirati u kompleksnoj ravnini sve  $z \in \mathbf{C}$  za koje je  $|z+1| = 5$ .  
(b) **(1 bod)** Skicirati u kompleksnoj ravnini sve  $z \in \mathbf{C}$  za koje je  $\operatorname{arg} z = \frac{3\pi}{4}$ .  
(c) **(1 bod)** Naći sve  $z \in \mathbf{C}$  za koje su zadovoljena oba uvjeta

$$\operatorname{arg} z = \frac{3\pi}{4}$$

i

$$|z+1| = 5.$$

11. (a) **(1 bod)** Napisati definiciju regularne matrice.  
(b) **(1 bod)** Iskazati kriterije regularnosti matrice pomoću determinante i ranga.  
(c) **(1 bod)** Da li je matrica

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

regularna ? Obrazložiti odgovor !

12. (a) **(1 bod)** Napisati binomnu formulu, t.j. razvoj izraza  $(x+1)^n$ .  
(b) **(2 boda)** Izračunati

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 - \frac{(x+1)^6}{x^4 + 6x^3} \right)$$

13. (a) **(1 bod)** Napisati definiciju derivacije funkcije  $f(x)$  u točki  $x_0$ .  
(b) **(1 bod)** Dokazati formulu za derivaciju umnoška dviju funkcija.  
(c) **(1 bod)** Izračunati derivaciju funkcije

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sin x \cdot \ln x$$

14. (a) **(1 bod)** Izvesti formulu za parcijalnu integraciju.  
(b) **(2 boda)** Izračunati

$$\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx .$$

**Vrijeme pisanja ispita je 2 sata i 30 minuta.**

**Nije dozvoljeno korištenje nikakvih priručnika ni računala.**