RJEŠENJA 2. MEĐUISPITA IZ MATEMATIKE 1

06.12.2006.

1. Niz $a_n = \frac{10^n}{n!}$ se može rekurzivno zapisati kao $a_{n+1} = \frac{10}{n+1}a_n$.

   Niz je padajući nakon desetog člana i odozdo ograničen nulom pa stoga konvergentan.

   Označimo li s L limes niza (a_n), iz rekurzije slijedi $L = 0 \cdot L$, t.j. $L = 0$.

2. Limes je $-\frac{1}{2}$.

3. $\alpha = 3$.

4. $f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{3+h}-\sqrt{3}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$.

5. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. $y = (3 - e^3)(x - 3)$.

7. $y'(x)\Big|_T = \frac{3}{2} \quad y''(x)\Big|_T = \frac{5}{8}$.

8. (a) Neka je f funkcija neprekinuta na zatvorenom intervalu $[a, b]$ i derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$. Tada postoji $c \in \langle a, b\rangle$ takav da vrijedi
   $$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a).$$

   (b) Primijenimo Lagrangeov teorem na zatvoreni interval $[x_1, x_2]$ gdje su $x_1, x_2 \in I$ i vrijedi $x_1 < x_2$. Budući da je funkcija f derivabilna na cijelom intervalu I uvjeti teorema su ispunjeni. Stoga teorem kaže da postoji $c \in \langle x_1, x_2\rangle$ takav da vrijedi
   $$f(x_2) - f(x_1) = f'(c)(x_2 - x_1).$$

   Ali $f'(c) < 0$, a $x_2 - x_1 > 0$ pa je $f(x_2) - f(x_1) < 0$, odnosno $f(x_2) > f(x_1)$.

9. $chx = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{\mathrm{sh}(x_1)}{5!}x^5$, gdje je x_1 između 0 i x.

10. $e^{-1/2}$.