

## 2. MEĐUISPIT IZ MATEMATIKE 1

06.12.2006.

1. (2 boda) Dokazati da je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n}{n!} = 0.$$

2. (2 boda) Izračunati limes

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \left( \sqrt{x^4 - x^3} - x^2 \right) \sin \frac{1}{x} \right].$$

3. (2 boda) Odrediti realan broj  $\alpha > 0$  takav da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(\alpha x)}{\ln(1+3x^2)}, & \text{za } x \neq 0, \\ 3, & \text{za } x = 0, \end{cases}$$

bude neprekinuta na cijelom području definicije.

4. (2 boda) Po definiciji derivacije naći vrijednost derivacije funkcije  $f(x) = \sqrt{x}$  u točki  $x_0 = 3$ .
5. (2 boda) Odrediti amplitudu  $A$  sinusoide  $y = A \sin(2x)$  ako je poznato da tangenta postavljena na sinusoidu u ishodištu zatvara s pozitivnim dijelom  $x$ -osi kut  $\varphi = 60^\circ$  kao na slici.

6. (2 boda) Odrediti jednadžbu normale u točki  $T(3, 0)$  na graf funkcije  $y = y(x)$  zadane implicitno s

$$xe^y - ye^x = 3.$$

7. (2 boda) Za funkciju  $y = y(x)$  parametarski zadanu s

$$\begin{aligned} x(t) &= t + \ln t, \\ y(t) &= t^2 + \ln 2t, \end{aligned}$$

izračunati  $y'(x)$  i  $y''(x)$  u točki  $T$  za koju je  $t = 1$ .

8. (a) (1 bod) Iskazati Lagrangeov stavak (teorem) o srednjoj vrijednosti.  
(b) (1 bod) Služeći se tim stavkom dokazati da vrijedi sljedeća tvrdnja:  
Ako je  $f'(x) < 0$  na nekom otvorenom intervalu  $I$ , onda je  $f$  na  $I$  strogo padajuća, t.j. za  $x_1, x_2 \in I$  i  $x_1 < x_2$  je  $f(x_1) > f(x_2)$ .

9. (2 boda) Funkciju  $f(x) = \operatorname{ch} x$  napisati u obliku

$$f(x) = T_4(x) + R_4(x),$$

gdje je  $T_4(x)$  Taylorov polinom četvrtog stupnja oko točke  $c = 0$ , a  $R_4(x)$  ostatak zapisan u Lagrangeovom obliku.

10. (2 boda) Izračunati limes

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos(\pi - x))^{\frac{1}{(\pi - x)^2}}.$$