

2. MEĐUISPIT IZ MATEMATIKE 1

14.12.2005.

1. (a) Napisati definiciju funkcije $f(x) = \operatorname{th}x$ s pomoću eksponencijalne funkcije i nacrtati njezin graf.

(b) Izvesti formulu za funkciju $f(x) = \operatorname{arth}x$ kojom se arth izražava pomoću funkcije \ln , te nacrtati njezin graf.

2. Izračunati

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 3n + 2}).$$

3. Izračunati

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1 + 2x)}{x} \cdot \arcsin\left(\frac{e^x}{2}\right) \right].$$

4. Odrediti parametre a i b tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\sin(ax)}{x}, & x < 0; \\ b, & x = 0; \\ \frac{\operatorname{sh}x}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

bude neprekinuta.

5. (a) Iskazati definiciju derivacije funkcije f u točki x_0 .

(b) Po definiciji izvesti $\left(\frac{1}{x}\right)'$ u točki $x_0 = 5$.

6. Naći jednadžbu tangente u točki $T(0, 0)$ na graf funkcije $y = y(x)$ zadane implicitno jednadžbom:

$$y e^y + x + x^2 + y = 0.$$

7. Naći $y''(x)$ za funkciju zadanu parametarski:

$$\begin{aligned} x &= e^t + t \\ y &= t^3 + 2t \end{aligned}$$

u točki za koju je $t = 1$.

8. Primijeniti Lagrangeov stavak srednje vrijednosti na funkciju $f(x) = \ln x$ na intervalu $\left[\frac{1}{e}, e^2\right]$. Nacrtati sliku i geometrijski interpretirati (riječima).

9. (a) Napisati Taylorovu formulu za funkciju f u okolišu točke x_0 .

(b) Pomoću Taylorove formule prikazati polinom $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ kao polinom u potencijama od $(x - 3)$.

10. Izračunati:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 10^{-x}}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{th}\left(\frac{1}{x}\right)$.

Vrijeme pisanja ispita je 1 sat i 30 minuta.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih priručnika ni računala.