

Drugi međuispit iz Matematike 1
17.5.2006.

1. [2 boda] Niz (a_n) zadan je rekurzivno sa

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{2a_n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Dokazati da je niz (a_n) konvergentan i izračunati limes.

2. [2 boda] Izračunati $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+8} \right)^x$.

3. [2 boda] Izračunati

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2})$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2})$.

4. [2 boda] a) Definirati neprekinitost funkcije u točki x_0 .
b) Odrediti parametar $a \in \mathbb{R}$ takav da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sin(3x)}, & x > 0 \\ a \cdot \cos(2x), & x \leq 0 \end{cases}$$

bude neprekinuta u točki $x_0 = 0$.

5. [2 boda] Po definiciji izvesti $(\sin x)' = \cos x$.

6. [2 boda] Koristeći $(\sin x)' = \cos x$ i pravilo za derivaciju inverzne funkcije, izvesti $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

7. [2 boda] Odrediti jednadžbu tangente na krivulju $y = \sqrt{x} \cdot \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ u točki $x = 4$.

8. [2 boda] Odrediti y' i y'' u točki $(1, 1)$ ako je

$$x^2 + 5xy + y^2 - 2x + y - 6 = 0.$$

9. [2 boda] a) Iskazati Lagrangeov teorem srednje vrijednosti.

b) Odrediti točke na grafu funkcije $f(x) = \arcsin x$ u kojima je tangenta na graf funkcije f paralelna sa pravcem koji prolazi točkama grafa čije su apscise -1 i 1 .

10. [2 boda] Izračunati limes

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\ln\left(e + \frac{1}{x}\right) - 1 \right).$$

Ispit se piše 90 minuta.