1. MEĐUISPIT IZ MATEMATIKE 1

25.10.2006.

1. **(2 boda)** Napisati tablicu istinitosti za formulu algebre sudova
$$(x \Rightarrow y) \vee \neg y.$$

2. **(2 boda)** Matematičkom indukcijom dokazati da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

3. **(2 boda)** Naći sve $z \in \mathbb{C}$ za koje vrijede oba uvjeta
$$\begin{aligned} \left(z + \frac{1}{2}i\right)^3 &= i, \\ Re(z) &< 0. \end{aligned}$$

4. (a) **(1 bod)** Napisati definiciju parne i definiciju neparne funkcije.
   (b) **(1 bod)** Navesti po jedan primjer parne funkcije, neparne funkcije i funkcije koja nije niti parna niti neparna.

5. **(2 boda)** Neka je
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
   Riješiti matričnu jednadžbu
$$\mathbf{X}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}^{-1}.$$

6. **(2 boda)** Izračunati determinantu
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}.$$

7. **(3 boda)** Neka su
$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$
   vektori iz V^3. Za svaki od skupova $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ i $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_4\}$ ispitati da li je linearno nezavisan. Obrazložiti odgovor!

8. **(3 boda)** U ovisnosti o realnom parametru λ riješiti sustav
$$\begin{aligned} x + y + \lambda z &= 0, \\ x + \lambda y + z &= 0, \\ \lambda x + y + z &= 0. \end{aligned}$$

9. **(2 boda)** Naći svojstvene/vlastite vektore matrice
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
   koji odgovaraju najvećoj svojstvenoj/vlastitoj vrijednosti.

Vrijeme: 90 min. Formule koje se smiju koristiti su na poleđini lista.